

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM)

**ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE ONDA
ELETROMAGNÉTICA EM ESTRUTURA GEOLÓGICA
ESTRATIFICADA**

Jairo Santos Vieira

Dissertação para a obtenção do título de

Mestre em Engenharia

Porto Alegre (RS)

-2003-

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM)

**ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE ONDA
ELETROMAGNÉTICA EM ESTRUTURA GEOLÓGICA
ESTRATIFICADA**

Jairo Santos Vieira

Trabalho realizado no Laboratório de Modelagem Geológica e Ambiental, Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), como parte dos requisitos para a obtenção do título de mestre em Engenharia

Área de Concentração: Tecnologia Mineral e Metalurgia Extrativa

Porto Alegre (RS)

2003

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração: Tecnologia Mineral e Metalurgia Extrativa e aprovada em sua forma final, pelos orientadores e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. Adelir José Strieder

Co-orientador: Prof. Dr. Marco Túlio Menna Barreto de Vilhena

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Paulo Salvadoretti

Prof. Dr. Sílvia Furtado Rolin

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Almeida Salles

Prof. Dr. Carlos Arthur Ferreira

Coordenador do PPGEM

Dedico aos meus pais que me ajudaram a chegar onde estou, minhas filhas pela compreensão e carinho para comigo, minha ex-mulher também pela sua compreensão, meus irmãos, irmã, cunhado, cunhada e todos os meus amigos por toda a ajuda recebida.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Adelir José Strieder pela orientação e colaboração com a minha dissertação.

Ao Professor Dr. Marco Túlio Menna Barreto de Vilhena pela sua co-orientação e colaboração com a minha dissertação.

O meu reconhecimento ao Prof. Dr. German Suazo que bastante colaborou para este trabalho.

Ao Prof. Eng. Cláudio Fernandez juntamente com o Eng. Mateus Bonadiman que de uma forma decisiva, ajudaram na elaboração deste trabalho.

Ao Prof. Dr. A. A. de Salles, e ao Prof. Dr. Jorge Lisboa, por sua presteza no auxílio à execução dessa dissertação.

A Prof. Dr. Paulo Salvadoretti, pelas conversas estimuladoras e pela colaboração sumamente importante na produção desta dissertação.

Ao LPM, a MODELAGE e a todas as pessoas que fazem, destes dois laboratórios de pesquisa, importantes destaques na Escola de Engenharia.

A todos que de uma forma ou de outra auxiliaram na realização deste trabalho.

Ao povo brasileiro, que através dos impostos por eles pagos, possibilitou que o CNPq colaborasse através da bolsa a mim concedida.

Sinto-me como se tivesse sido sempre apenas um menino brincando na praia...ora encontrando um seixo polido, ora uma linda concha...enquanto o grande oceano da verdade jaz inexplorado... diante de mim.

(Isaac Newton, em seu 80º aniversário)

A verdade última ilude. Parece que nunca a podemos alcançar. Um véu de mistério oculta os segredos do universo. Aqui e ali, levantâ-mo-lo e vemos alguns aspectos da realidade. Contudo, a grandeza que jaz além, parece tão vasta quanto antes.

(F. L. Darrow)

Índice

Lista de Figuras ..	x
Lista de Tabelas.....	xii
Lista de abreviaturas e símbolos.....	xiii
Resumo.....	xvi
Abstract.....	xvii
Capítulo 1 – Introdução.....	1
1.1 Aplicação de OEM em investigações geológicas.....	3
1.1.1 Georradar: Dispositivo EM para investigações indiretas.....	5
1.1.2 Caracterização dos problemas interpretativos dos dados de georradar.....	6
1.2 Aplicação do Método de FDTD na Simulação de Ondas Eletromagnéticas.....	6
1.3 Objetivos.....	7
1.4 Metodologia.....	7
1.5 Estrutura da dissertação.....	7
Capítulo 2 – Fenômenos de propagação de OEM.....	10
2.1 Características físicas básicas das OEM	12
2.1.1 Equações de Maxwell.....	14
2.1.2 Solução Geral.....	19
2.1.3 Representação espacial e princípios de propagação.....	20
2.1.4 Vetor de Poynting.....	22
2.2 Fenômeno de propagação de OEMs em meios geológicos	22
2.2.1 Reflexão	23
2.2.2 Refração.....	28
2.2.3 Polarização.....	29
2.2.4 Equações de Fresnel E normal ao plano que contém o raio incidente,	30
2.2.5 Equações de Fresnel com H normal ao plano que contém o raio incidente.....	32

2.2.6 Reflexão e refração na interface entre dois dielétricos.....	33
2.2.7 Ângulo de Brewster e ângulo crítico.....	34
2.2.8 Coeficiente de reflexão e de refração na interface entre dois dielétricos.....	36
2.2.9 Dispersão nas OEMs.....	37
2.2.10 Atenuação.....	40
2.2.11 Difração.....	40
2.2.12 Interferência.....	41
2.2.13 OEM dentro de guias de ondas.....	41
2.3 Variáveis físicas que influenciam na propagação	42
Capítulo 3 Simulação de OEMs usando o Método de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD)	48
3.1 Os métodos Iterativos.....	48
3.2 O método de Relaxação	49
3.3 O método de Garlekin.....	50
3.4 O método de Rayleigh-Ritz.....	51
3.5 Comentário geral sobre os métodos anteriores.....	51
3.6 Método do Raio.....	54
3.7 Uma breve cronologia dos métodos das diferenças finitas.....	57
3.8 O Método das Diferenças Finitas	60
3.8.1 Porque usar o método de FDTD.....	62
3.8.2 O esquema de convergência.....	63
3.8.3 A consistência do método.....	64
3.8.4 A estabilidade do método.....	65
3.8.5 Análise das Ondas Eletromagnéticas representadas por FDTD.....	66
3.8.6 O algoritmo de Yee.....	68
Capítulo 4 – Simulação 3D através do método FDTD.....	77
4.1 O Uso do FDTD no Caso em Estudo.....	77
4.2 Cálculo dos Campos Elétricos e Magnéticos.....	79
4.3 Simulação Numérica.....	81

4.4 Discussão dos Resultados Obtidos.....	85
Capítulo 5 – Conclusões e Recomendações.....	93
5.1 Conclusões.....	93
5.2 Recomendações.....	94
Referências Bibliográficas.....	97
Anexo: - O Programa de FDTD em Linguagem C ++ (CD-ROM).....	101

Lista de Figuras

Figura 2.1	Onda Eletomagnética	10
Figura 2.2	Frentes de onda e onda Plana	11
Figura 2.3	Espectro Eletromagnético	12
Figura 2.4	Representação do Princípio de Huyggens	21
Figura 2.5	Representação de várias situações encontradas pela onda, usando a teoria do raio.....	24
Figura 2.6	Desenho esquemático para a explicação do critério de Rayleigh .	26
Figura 2.7	Gráficos dos valores de h para várias razâncias	27
Figura 2.8	Onda Incidente Refletida e Refratada com campo elétrico ortogonal ao plano incidente	31
Figura 2.9	Onda Incidente Refletida e Refratada com campo elétrico coincidente ao plano incidente	33
Figura 2.10	Ângulo Limite	35
Figura 2.11	Pulso Típico de Georradar	39
Figura 2.12	Onda Eletromagnética entrando em Guia de Onda	41
Figura 2.13	Gráfico de atenuação em função da frequência	44
Figura 2.14	Gráfico de potência da fonte versus profundidade de penetração.	46
Figura 2.15	Gráfico da amplitude versus profundidade.....	46
Figura 3.1	Método do Raio.....	56
Figura 3.2	Célula cúbica com campos E e H	69
Figura 3.3	<i>Leap Frog</i> de Yee.....	70
Figura 4.1	Rede de células cúbicas.....	78
Figura 4.2	Critério de Yee.....	79
Figura 4.3	Matriz de Pontos.....	82
Figura 4.4	Domínio do Problema.....	82
Figura 4.5	Domínio com Camadas Atenuadoras.....	83
Figura 4.6	Antena dipolo de $\frac{1}{2}$ onda discretizada	84
Figura 4.7	Frentes de onda com $\Delta t = 100$	86
Figura 4.8	Frentes de onda com $\Delta t = 200$	87
Figura 4.9	Frentes de onda com $\Delta t = 300$	88
Figura 4.10	Frentes de onda com $\Delta t = 400$	89

Figura 4.11	Frentes de onda com $\Delta t = 500$	90
Figura 4.12	Frentes de onda com $\Delta t = 600$	91
Figura 4.13	Resultados dos trabalhos de Scott (Scott, 1994)	92

Lista de Tabelas

Tabela 1.1	Alguns métodos EM, suas frequências de trabalho e algumas aplicações	3
Tabela 2.1	Raio de Fresnel.....	25
Tabela 2.2	Profundidade de penetração para diferentes ângulos-limite entre meios diversos	36

Lista de Abreviaturas

- OEM: Onda Eletromagnética
- OEMs: Ondas Eletromagnéticas
- EM: Eletromagnéticos(as)
- E_{max} : Campo elétrico máximo
- H_{max} : Campo magnético máximo
- δ : Profundidade de penetração
- ϵ : Constante dielétrica ou permissividade elétrica
- ϵ_0 : Constante dielétrica do vácuo
- μ : Permeabilidade magnética.
- μ_0 : Permeabilidade magnética do vácuo
- ρ : Resistividade elétrica
- ρ' : Resistividade “magnética” equivalente (em Ω/m) (Taflove, 1995, p. 53)
- ρ_f : Densidade de carga livre
- ρ_b : Densidade de carga ligada
- σ : Condutividade elétrica
- λ : Comprimento de onda
- ω : Freqüência angular
- GPR: Ground Penetrating Radar
- f : Freqüência
- i : Corrente elétrica
- j_m : Densidade de corrente na matéria
- j_f : Densidade de corrente de carga livre
- ∇ : Gradiente
- $\nabla \cdot$: Divergente
- $\nabla \times$: Rotacional
- ∇^2 : Laplaceano
- $\partial P/\partial t$: Densidade de corrente de polarização
- B : Indução magnética
- D : Densidade de fluxo elétrico
- J_m : Densidade de corrente de condução magnética equivalente (Taflove, 1995, pg 52)
- J_e : Densidade de corrente de condução elétrica

dl :	Vetor incremental de comprimento
$\partial/\partial t$:	Derivada parcial em relação ao tempo
X_m :	Suceptibilidade magnética do material
μ_r :	Permeabilidade magnética relativa
E_x :	Componente cartesiana ortogonal, na direção x, do vetor campo elétrico
E_y :	Componente cartesiana ortogonal, na direção y, do vetor campo elétrico
E_z :	Componente cartesiana ortogonal, na direção z, do vetor campo elétrico
FDTD:	<i>Finite Differences Time Domain</i> (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo)
H_x :	Componente cartesiana ortogonal, na direção x, do vetor campo magnético
H_y :	Componente cartesiana ortogonal, na direção y, do vetor campo magnético
H_z :	Componente cartesiana ortogonal, na direção z, do vetor campo magnético
c :	Velocidade da luz no vácuo
Z_0 :	Impedância do vácuo
v_f :	Velocidade de fase
v_g :	Velocidade de grupo
τ :	Período ou o inverso da frequência
θ_1 :	Ângulo de incidência
θ_2 :	Ângulo de reflexão
rF :	Raio de Fresnel
γ :	Ângulo de razância
$\Delta\varphi$:	Deslocamento de fase
$\Psi_{nl,m,p}$:	Função de várias variáveis
h :	Alturas das rugosidades
K :	Número de onda
m :	Matriz que representa o meio geológico simulado
M :	Magnetização
MEC:	Modelamento Eletromagnético Computacional
n_i :	Índice de refração de um meio i
n :	Índice de iteração no algoritmo de Yee
θ_L :	Ângulo limite
$P_{i,médio}$:	Valor médio do vetor de Poynting para a onda incidente
$P_{r,médio}$:	Valor médio do vetor de Poynting para a onda refletida
$P_{t,médio}$:	Valor médio do vetor de Poynting para a onda transmitida
F :	Coefficiente de refração

Γ_P :	Coeficiente de refração do campo E paralelo ao ângulo de incidência
Γ_N :	Coeficiente de refração do campo E normal ao ângulo de incidência
R :	Coeficiente de reflexão
R_P :	Coeficiente de reflexão do campo E paralelo ao ângulo de incidência
R_N :	Coeficiente de reflexão do campo E normal ao ângulo de incidência
λ_g :	Autovalores de uma onda eletromagnética dentro de uma guia de ondas
PVC:	Problema de Valor de Contorno
S :	Superfície orientada
V :	Potencial elétrico
Δx :	Incremento espacial na direção x
Δy :	Incremento espacial na direção y
Δz :	Incremento espacial na direção z
Δt :	Incremento temporal
RGB:	Escala de cores (<i>Red, Green, Blue</i>)
VLF:	<i>Very Low Frequency</i>
LF :	<i>Low Frequency</i>
MF:	<i>Medium Frequency</i>
HF:	<i>High Frequency</i>
VHF:	<i>Very High Frequency</i>
UHF:	<i>Ultra High Frequency</i>
SHF:	<i>Super High Frequency</i>
EHF:	<i>Extremly High Frequency</i>

Abstract

This work presents the uses of electromagnetic waves in geology. It analyses the propagation of the electromagnetic waves focusing in centimetric wave length of ground penetrating radar (GPR). It describes the solution of electromagnetic plane wave in the free space. It presents the physical phenomenous that occurs with the electromagnetic waves in geologic mediun. There is an analysis of the aplicability, the consistence and the stability of the FDTD method. It is presented a historical review of the numerical methods in differential equations and a resumed comparation of the resolution methods of differential equations. Maxwell equations are transformed into a set of finite differences equations which simulates an interacting wave with a modelled media whose structure is a superimposed ground layers. A three-dimension “matrix” of points has been built and, then, it represents the ground layers media. With the help of a computational program and using the algoritm based on Kane S. Yee work, the values of electric and magnetic fields of the resulting reflected waves have been calculated in each point of the modelled media. Results are displayed in a bitmap program.

Resumo

Este trabalho descreve algumas aplicações das ondas eletromagnéticas em geologia e geotecnia. Analisa a propagação de ondas eletromagnéticas em meios geológicos, centrando-se em ondas centimétricas para georradar. Descreve a solução geral das equações de Maxwell para ondas eletromagnéticas planas no espaço livre. Analisa os fenômenos físicos que ocorrem com as ondas eletromagnéticas em meios geológicos. Analisa a aplicabilidade, a consistência e a estabilidade do método de FDTD utilizado para resolver as equações de Maxwell. Faz uma breve revisão histórica dos métodos numéricos resolutivos de equações diferenciais e uma suscinta análise comparada dos métodos de simulação. Utiliza um programa de simulação que usa o algoritmo baseado no trabalho de Kane S. Yee e calcula os valores dos campos elétricos e magnéticos das ondas resultantes espalhadas em cada ponto do meio modelado. Este meio é um perfil geológico simples de três camadas superpostas. Faz-se, também, uma discussão resumida dos resultados obtidos. Os resultados são mostrados através de um programa que gera imagens em *bitmap*.

Capítulo 1

Introdução

O uso da geofísica e, em particular, o uso do georradar em uma área é indicada por Davis e Annan (1989) para a determinação de espessuras de horizontes de solos, na determinação de espessuras de lâminas d'água tanto de lagos como de lençóis freáticos, na estratigrafia de solos, na detecção de vazios, na identificação de feições cársticas. Outros autores indicam a utilização do georradar para a detecção de fraturas em rochas preenchidas por água ou por ar em sub superfície, ou ainda na detecção de diferentes estruturas no subsolo. Outras aplicações que hoje parecem interessar à comunidade científica são: o uso do georradar na identificação de lixo tóxico enterrado, na investigação arqueológica não destrutiva (Goodman, 1994).

O uso do GPR também é relatado na integração das informações obtidas com outros métodos geofísicos de superfície, tais como sísmica rasa, resistividade, ou métodos eletromagnéticos, o que permite que se estabeleça um incremento na quantidade de informações que o geólogo ou o engenheiro de minas possui (Parasnis, 1997). Isto reduz o grau de incerteza na caracterização do sítio geológico para melhor planejar o trabalho na área em questão. O uso do georradar possibilita um aprofundamento nas investigações geológico-geotécnicas que conduzem ao modelamento das estruturas do sub-solo, reduzindo as incertezas que possam surgir.

Um instrumento que ajuda sobremaneira na realização de um modelamento geológico é um processo de simulação: um programa de computador simula as ondas eletromagnéticas que percorrem o modelo imaginado pelo pesquisador para o terreno em estudo. Assim, um simulador permite que se “enxergue” uma imagem do perfil geológico imaginado, para que o mesmo seja comparado com o perfil obtido por um georradar. Nessa comparação, ganha-se informação por diversos caminhos; seja nas características do meio, seja nas características das feições do perfil, seja nas diversas possibilidades que se pode criar no simulador para comparar com os dados reais.

Para que um modelamento desse tipo se realize, é preciso que se utilize, para o processamento, técnicas numéricas que resolvam os problemas complicados de Física e Engenharia envolvidos no modelamento. Assim, o desenvolvimento de computadores com memórias de grande capacidade e de grande velocidade trouxe uma facilidade a mais na

utilização das técnicas numéricas (de Bortoli, 2000). Desta forma, os algoritmos matemáticos vêm facilitar a vida de geólogos, engenheiros de minas, físicos e demais profissionais da área de ciências exatas e da natureza (de Bortoli, 2000). A partir disso, o desenvolvimento de métodos numéricos capazes de tal façanha tem sido implementados, (veja a extensa lista de aplicações só de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) no *site*: www.fDTD.org-21/07/2001).

As vantagens da simulação numérica são: i) barateia os custos de obtenção de soluções, ii) aumenta a rapidez na solução dos modelos e iii) pode ser aplicada a problemas de geometria complicada e de condições de contorno complicadas (de Bortoli, 2000). Ao contrário, a solução analítica é aplicada a problemas de geometria simples, o que foge muito do modelo real, por ter hipóteses demasiado simplificadoras (de Bortoli, 2000).

Nesta dissertação, usando-se técnicas numéricas de diferenças finitas, resolve-se o problema de uma onda eletromagnética que viaja pelos meios, perpassando um modelo geológico de camadas superpostas. Daí, aproximam-se as equações de Maxwell, para o campo elétrico e magnético, às equações de diferenças. Discretizam-se essas diferenças, através de uma malha espacial estruturada (de Bortoli, 2000), usando intervalos de espaço e de tempo suficientemente pequenos, de tal forma que representem, com razoável precisão, os campos elétricos e magnéticos que se teria para a solução analítica. Assim, obtém-se valores para os campos elétricos e magnéticos das ondas eletromagnéticas semelhantes às do georradar, sofrendo os mesmos fenômenos de espalhamento ao passarem pelas camadas geológicas superpostas (Taflove, 1995). As equações diferenciais parciais que regem os fenômenos eletromagnéticos em questão são do tipo hiperbólico, o que encaminha a solução para uma distribuição já representada por H. Hertz em 1890 (Corson, 1970), num dipolo de meia onda colocado em um espaço livre.

1.1 Aplicações de Ondas Eletromagnéticas em investigações geológicas

As ondas eletromagnéticas (OEM), desde muito tempo, vêm sendo usadas em métodos geofísicos para investigações geológicas e geotécnicas. A aplicação das OEMs vai da prospecção de petróleo e gás, passa pela exploração de minerais metálicos e não metálicos,

Fonte	Frequência (Hz)	Nome do Método	Aplicações
Natural	9×10^{-4} até 10	Telúrico	Domos salinos, camadas dobradas, cristas em sub- superfície
	9×10^{-4} até 10	Magneto Telúrico	Diques e falhas
	150 até 600	AFMAG(Audio Frequency Magnetic)	Linhas tectônicas significantes. Cabos, canos metálicos em subsuperfície, direção horizontal de furos de sondagem.
Artificial	100 até 5×10^3	Sligran Obs.: Bobinas Horizontais no Transmissor e no Receptor	Metais condutores e ou cobertura dielétrica
	100 até 800	Turam (Two Loops Eletromagnetics)	Corpos de pirita em rochas pórfiras, metais ou minérios condutores circundados por rochas não condutoras
	$3,3 \times 10^4$ até $2,2 \times 10^5$	TEM (Transient Eletromagnetic Method)	Prospecção de minério condutivo em cobertura de condutividade intermediária
	$1,5 \times 10^4$ até 3×10^4	VLF (Very Low Frequency)	Linhas tectônicas condutivas e zonas de fratura.
	20×10^6 até 2×10^9	Georradar	Nível do lençol freático, cavidades a baixas profundidades, litologia de camadas próximas a superfície, falhas, sistema de juntas e dobras, mudanças na litologia e propriedades físicas das rochas

Tabela 1.1 Classificação dos diferentes métodos EM, de acordo com a fonte de energia utilizada e a frequência de operação, segundo dados obtidos de: Frischknecht e Keller (1970).

pela geotermia, águas subterrâneas, agricultura, geotecnia, engenharia civil, arqueologia, até a deposição de resíduos provenientes das indústrias de mineração, metalurgia, química, indústrias de curtumes e ainda o lixo de grandes e pequenas cidades (Dobrin e Savit, 1988).

Os métodos de investigação geofísica que utilizam OEMs classificam-se de diferentes modos: 1) segundo a frequências das OEM usadas pelos métodos; ou 2) segundo as fontes de

energia, que geram as ondas (fontes naturais ou artificiais). Assim, as OEM têm aplicações específicas, segundo as suas capacidades penetrativas nos diversos meios geológicos. Um resumo dos dispositivos geofísicos que utilizam OEM mostrando a naturezas das fontes geradoras, bem como, as freqüências de trabalho e as aplicações mais comuns que constam na bibliografia, pode ser encontrado na tabela 1.1 (Frischknecht e Keller, 1970).

As OEM penetram nos meios dielétricos em maior ou menor profundidade, de acordo com a sua freqüência, a resistividade e/ou condutividade, constante dielétrica e a permeabilidade magnética do meio em que a onda se propaga. Essa penetração pode ser determinada pela seguinte equação:

$$\frac{1}{\delta} = \left(\frac{\omega \cdot \mu}{2 \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[(\rho^2 \varepsilon^2 \omega^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - \rho \cdot \varepsilon \cdot \omega \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1.1)$$

onde δ é a profundidade de penetração ou (*skin depth*) da onda no meio geológico, ω é a freqüência angular ($\omega = 2\pi f$), ε é a constante dielétrica do meio (permissividade), μ é a permeabilidade magnética do meio e ρ é a resistividade do meio (Parasnis, 1997).

A fórmula da penetratividade das OEMs mostra que a freqüência é um termo dominante. Em freqüências altas, observa-se que as OEMs diminuem sua profundidade de penetração; em freqüências baixas, observa-se que as OEMs penetram mais no meio. Isto é, existe uma dependência da situação geológica, pois a umidade altera muito o comportamento resistivo ou não do meio. Pelo seu alto poder de dissociação eletrolítico, a água torna o meio mais condutor e atenua bastante as OEMs com freqüências acima de 2 GHz (Parasnis, 1997).

As freqüências f utilizadas na prospecção por métodos eletromagnéticos começam em 9×10^{-4} Hz e terminam em 2×10^9 Hz. O georradar está no fim desse espectro, com freqüências que variam de 20×10^6 até 2×10^9 Hz.

As das ondas de radar (microondas) começaram sendo aplicadas para fins militares em comandos de artilharia, sistemas de alerta, navegação (tanto marítima, como aérea) e controle aéreo. Mais recentemente, têm sido aplicadas em orientação e pesquisa de foguetes, meteorologia, astronomia e, particularmente na radioastronomia. Entretanto, na radioastronomia, pode-se usar OEMs coerentes de freqüências bastante altas. Este dispositivo chama-se pelo acrônimo de *MASER* (*Microwave Amplified by Stimulated Emission Radiation*), análogo ao *LASER*, e trabalha na fronteira espectral entre as microondas e o infravermelho. Como todos os métodos eletromagnéticos de prospecção, o georradar permite que

se estude o sub-solo através de uma investigação indireta, que é ao mesmo tempo rápido e econômico.

1.1.1 Georradar: dispositivo EM para investigação indireta

O georradar é um dispositivo que, através de uma antena emissora, gera ondas eletromagnéticas, que são refletidas e/ou refratadas pelo meio geológico até alcançarem uma outra antena ligada a um receptor. Esse receptor processa eletronicamente os sinais captados pela antena e torna-os visíveis, através de uma tela que pode ser de um computador ou mesmo de um *lap top*. Como as OEMs não destroem o solo por onde passam, pode-se dizer que o sistema que as utiliza é não-destrutivo. Pode-se também dizer que o dispositivo é indireto, pois o acesso à estruturação espacial do sub-solo é feita a partir de uma imagem (efeito) que deve ser interpretada.

As ondas eletromagnéticas (EM) podem ser vistas como pacotes de energia de campos elétrico e magnéticos interligados, chamados de quanta ou fótons, que possuem massa de repouso zero, viajam no vácuo à velocidade da luz e podem ter diversas frequências de vibração. As ondas de frequências compreendidas na região das microondas foram utilizadas, antes mesmo da segunda grande guerra (1935), para formar uma grande cadeia de estações no litoral britânico, próximo à França. Cada uma dessas estações era, na realidade, um radiogoniômetro. Esse dispositivo foi utilizado, no início da segunda guerra mundial (1939), para detectar a posição e a direção dos caças e dos bombardeiros alemães que atravessavam o Canal da Mancha (Valkenburgh *et al.*, 1968).

Nos Estados Unidos empreenderam-se pesquisas que melhoraram, em vários aspectos, a aplicação dos radiogoniômetros e também batizaram o sistema com um acrônimo: *Radio Detection And Ranging*; daí a sigla *RADAR*. Com frequências entre 225 MHz até 112,5 GHz, que abrangem dez bandas (P,L,S,C,X,J,K,Q,V,O), respectivamente de comprimentos de onda entre 133 cm e 0,26 cm no ar, os radares foram sendo usados basicamente na detecção de aeronaves (Valkenburgh *et al.*, 1968).

O *GPR* (*Ground Penetrating Radar*), ou *SIR* (*Subsurface Interface Radar*) foi desenvolvido primeiramente para a detecção de minas e outros fins militares. Somente nos últimos trinta anos, isto é, a partir de 1970, é que foi implementada a utilização comercial do *GPR* nas pesquisas geológicas e/ou nas engenharias. Fala-se, entretanto, que pulsos eletromagnéticos de alta frequência foram usados em equipamentos de prospecção geológica, patenteados por empresas alemãs entre 1904 a 1926 (Parasnis, 1997).

1.1.2 Caracterização dos problemas interpretativos dos dados de georadar

Caracterizar os problemas interpretativos dos dados de georadar é descrever o que ocorre após a coleta de dados registrados, considerando que os mesmos foram corretamente obtidos.

Os dados de georadar têm características típicas dos processos de exploração geofísica, isto é, tem ambigüidades inerentes ao método. Essas ambigüidades podem aparecer no modelo proposto como: posição, forma das camadas ou do corpo, tipos de constantes elétricas e magnéticas que constituem os meios geológicos estudados, maior ou menor quantidade de água que compõe o meio geológico. Isso tudo causa distorções no perfil obtido (radargrama = efeito imagem). Desta forma, o pesquisador que analisa os dados de georadar tem, seguidas vezes, como solução para esses problemas, a necessidade de modelar um meio geológico “virtual” a fim de adequar os referidos dados ao perfil do radargrama por ele obtido. Com isso o pesquisador adquire uma maior quantidade de informação sobre seu modelo e melhora sua interpretação geológica.

1.2 Aplicação do método de FDTD na simulação de OEMs

Aplica-se o método de das diferenças finitas no domínio do tempo para poder-se simular as ondas eletromagnéticas em meios materiais diversos.

Uma vasta gama de aplicações pode ser encontrada em Schneider e Shlager (2003)

Assim é que, a cada dia que passa, essa ferramenta matemática de FDTD tem assumido uma importância relevante no meio científico e técnico para a resolução de problemas de contorno.

1.3 Objetivos

Esta dissertação propõe-se a estudar a propagação de ondas eletromagnéticas que sofrem espalhamento ao atravessar meios geológicos e a utilizar um programa de simulação a fim de modelar um perfil geológicos simples de três camadas superpostas, com vistas a posterior aplicação a perfis mais realísticos. Pretende-se modelar, sob o ponto de vista matemático, a particular interação das OEM com o meio geológico. Essas OEM possuem frequências que se encontram na faixa das microondas; isto é, serão usadas microondas simuladas em um computador, por meio de um programa, com o objetivo de observar o comportamento das ondas refletidas e refratadas num determinado meio geológico que será “desenhado”, para criar um “cenário” muito próximo do real.

1.4 Metodologia

Todo o processo de simulação é realizado através de um algoritmo criado por Yee (1966), que propõe o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) e obtém valores dos campos elétricos e magnéticos das ondas eletromagnéticas simuladas para um certo intervalo de tempo.

A resolução das equações de Maxwell representada por diferenças finitas no domínio do tempo e o algoritmo de Yee (1966), foi feita em um program computacional em linguagem C++ (Salles, Fernandez e Bonadiman, 2001) que se baseia no acoplamento entre os incrementos de espaço com os incrementos de tempo e, em cenários geológicos, definido a priori. Esse processamento eletrônico permite obter uma simulação do que ocorre em ambientes naturais: as OEMs sofrem, no cenário criado, todo o tipo de fenômeno físico que sofrem as ondas eletromagnéticas reais.

1.5 Estrutura da dissertação

Na estruturação dessa dissertação, organiza-se inicialmente, no capítulo 1, uma revisão dos métodos geofísicos com ênfase aos métodos eletromagnéticos, tais como: o método Telúrico, o Magnetotelúrico, o AFMAG, o Slingam, o Turam, o TEM, o VLF e o Georradar; observa-se o grau de penetrabilidade de cada método e as suas frequências de trabalho. A seguir, é feita uma breve exposição das aplicações das ondas eletromagnéticas principalmente em investigações geológicas. Depois, há uma rápida introdução ao georradar, esclarecendo-se como ele funciona e sua utilidade. Caracteriza-se, em seqüência, os problemas interpretativos dos dados de georradar. Seguindo, é feita uma descrição das aplicações do método de FDTD na simulação de ondas eletromagnéticas. Na continuação, há uma breve descrição da metodologia a ser usada no trabalho de simulação.

No capítulo 2, discorre-se sobre os fenômenos de propagação das ondas eletromagnéticas, representando frentes de onda circulares quase planas, e representam-se ondas planas propagantes em um meio qualquer. A seguir, caracterizam-se as equações de Maxwell e a solução geral para uma onda que se propaga no vácuo, longe da fonte geradora. Caracteriza-se, também, o vetor de Poyting, que representa a taxa em relação ao tempo com que a energia de uma onda se escoia através de uma unidade de área (Halliday-Resnic, 1966). Depois, faz-se um levantamento de todos os fenômenos que ocorrem na interação entre as ondas eletromagnéticas e o meio geológico, tais como: reflexão, refração, polarização,

interferência, difração, dispersão e atenuação. Com o advento da Física moderna, muitos dos fenômenos acima, poderiam ser compactados, ou resumidos, como espalhamento.

Em seguida, no capítulo 3, estuda-se as razões para se usar o método de FDTD. Estuda-se como é o método e analisa-se genericamente a convergência, a consistência e a estabilidade do método. A seguir, faz-se uma breve explanação sobre o algoritmo de Yee que centraliza o processo de cálculo do método onde se tenta representar, no plano, os vetores, campo elétrico e campo magnético no espaço da célula cúbica. Em seqüência, apresenta-se uma breve cronologia dos métodos, começando com os chineses, que foram, por volta do século III, os mais destacados calculistas da época, já conhecedores dos processos que hoje se denomina método das diferenças. Seguindo na cronologia, chega-se nos principais matemáticos ocidentais que criaram o cálculo numérico como se conhece atualmente, principalmente para as equações diferenciais. A seguir, analisa-se os principais métodos de solução de equações diferenciais, fazendo um pequeno comentário sobre eles.

Ao final, no capítulo 4, desenvolve-se a simulação para o cálculo dos campos elétricos e magnéticos e obtém-se os resultados, através de figuras que representam ondas eletromagnéticas progressivas em diversos intervalos de tempo, que perpassam um conjunto de camadas superpostas.

No capítulo 5, foram apresentadas as conclusões e recomendações obtidas no presente trabalho.

Capítulo 2

FENÔMENOS DE PROPAGAÇÃO DE OEMs

O presente capítulo foi escrito baseando-se na Teoria Eletromagnética vista sob o ponto de vista físico adotado por Dale Corson e Paul Lorrain em sua obra: *Eletromagnetic Filds and Waves* de 1970 (Corson e Lorrain, 1970).

Maxwell em 1873, concluiu que as OEMs propagavam-se, no vácuo, com a mesma velocidade, que a da luz (c) e que a propagação da luz é um caso particular da propagação das OEM em geral (Maxwell, 1954).

As experiências de Heinrich Hertz, em 1889, confirmaram o que previam os trabalhos de Maxwell (Corson e Lorrain,1970). Daí, as interações de campos elétricos e magnéticos convencionou-se chamar de onda eletromagnética, (Figura. 2.1).

As OEMs são ondas transversais, porque possuem campos elétricos e magnéticos que vibram em um plano ortogonal à sua direção de propagação (Figura 2.1) e, também, ortogonalmente entre eles em cada instante de tempo. Por isso, mostram naturezas diferentes em cada direção desse plano.

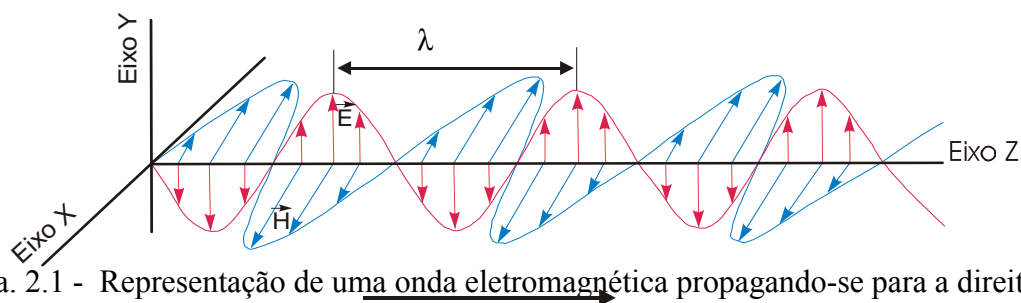


Figura. 2.1 - Representação de uma onda eletromagnética propagando-se para a direita.

Direção de Propagação da Onda Eletromagnética

As OEMs diferem das ondas mecânicas longitudinais (ondas P) e das ondas sísmicas transversais (ondas S), que mostram sempre a mesma natureza nas duas direções de vibração no espaço. Essas ondas mecânicas transversais interagem com a matéria causando deslocamentos cisalhantes nas partículas, enquanto as OEMs formam campos elétricos e campos magnéticos alternados interagindo com a matéria. As OEMs, vindas do espaço livre,

ao refletirem-se ou refratarem-se em certos meios, deixam de apresentar propriedades idênticas em todas as direções do espaço, na de sua direção de propagação. Esse fenômeno é conhecido como polarização, que será abordado posteriormente, só ocorre com as OEMs.

Numa distância maior (alguns comprimentos de onda) da fonte, pode-se ver uma pequena secção da frente de onda que pode ser considerada como uma linha reta que representa uma onda plana no espaço 2D, ver Figuras 2.2 A. Num limite, muito afastado da fonte, pode-se considerar que as frentes de onda se comportam como planos paralelos que se deslocam na mesma direção do raio traçado a partir da fonte (Figura 2.2 B).

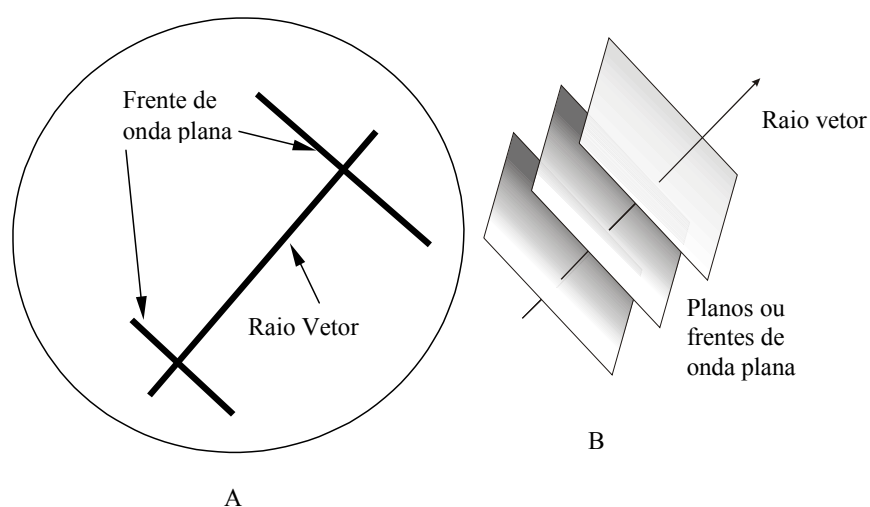


Figura 2.2 Representação das frentes de onda cortadas pelo raio vetor no espaço 2D. (A) Mostra a OEM afastada de muitos comprimentos de onda da fonte. (B) Representação esquemática das frentes de onda planas, mas em espaço 3 D.

As OEMs têm uma **velocidade** que varia conforme o meio. Teoricamente, a velocidade de uma OEM, no vácuo, é de $3,0 \times 10^8$ m/s; porém, a melhor medida experimental foi $2,99792458 \times 10^8$ m/s (Halliday, Resnick e Walker, 1993). As amplitudes dos vetores campo elétrico máximo e campo magnético máximo, (respectivamente \vec{E}_{max} e \vec{H}_{max}) das OEMs são as distâncias do eixo da onda até o valor máximo de campo elétrico, ou magnético respectivamente. O comprimento de onda (λ) é a distância entre dois picos, ou dois ventres sucessivos. A frequência (f) é o número de oscilações que a onda executa na unidade de tempo.

As OEMs mostram um espectro de frequências que vai desde os raios gama (10^{24} Hz), até aquelas de baixíssima frequência, da ordem de alguns 10 Hz (Figura 2.3). O georradar é

tipicamente um equipamento que trabalha entre a frequência de 10 MHz e as frequências de 1,2 ou 2,0 GHz (UHF,SHF), na denominada faixa das microondas. Entretanto, os radares para fins militares abrangem uma gama maior de frequências, que cobrem as bandas de UHF, SHF até EHF.

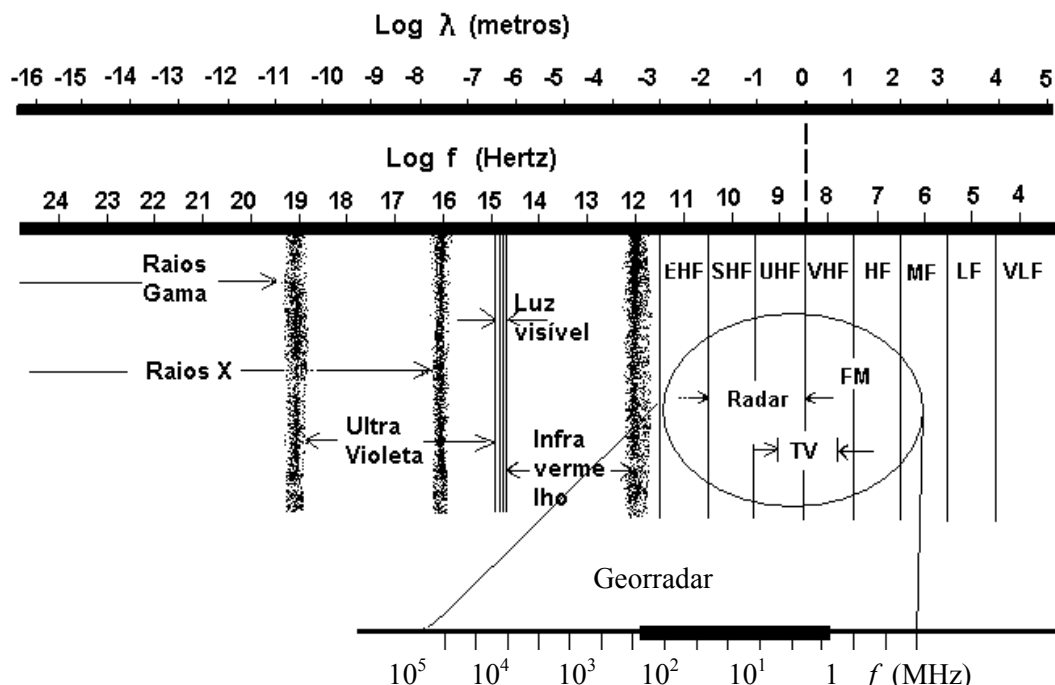


Figura 2.3. A figura apresenta o espectro eletromagnético completo e mostra em detalhe a região utilizada no georradar. As letras f e λ são respectivamente a frequência e o comprimento de onda da radiação.

2.1 Características físicas básicas das OEMs

A função potencial elétrico V criada por uma carga puntiforme q numa certa região do espaço pode ser derivada na forma:

$$\nabla V = -\vec{E}, \tag{2.1}$$

onde \vec{E} é o vetor campo elétrico. Pode-se, também, definir uma densidade de corrente \vec{j} , tal que:

$$i = \int_S \vec{j}_m \cdot d\vec{S}, \tag{2.2}$$

onde i é a corrente elétrica que circula numa superfície orientada \vec{S} e \vec{j}_m

é a densidade de corrente devido ao fluxo de cargas na matéria em (A/m²), que é dada pela equação:

$$\vec{j}_m = \vec{j}_f + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \nabla \times \vec{M}, \quad (2.3)$$

onde \vec{j}_f é a densidade de corrente de cargas livres, também chamada de corrente de condução.

A derivada parcial de \vec{P} em relação a t é a densidade de corrente de polarização. O rotacional de \vec{M} é a equivalente densidade de corrente na matéria magnetizada. \vec{M} é a magnetização em (A/m).

A lei de Faraday, que é uma das equações de Maxwell, expressa a relação entre a variação espacial do vetor \vec{E} com a variação temporal do vetor \vec{B} e é dada por:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

onde $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ é a variação da indução magnética com o tempo.

Os meios chamados de lineares e isotrópicos são, aqueles cujas propriedades físicas são as mesmas, independente da direção escolhida, dentro dele, ou onde se verificarem as seguintes equações:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{J}_f = \sigma \vec{E} \quad (2.5)$$

com μ, ϵ , e σ constantes independentes de \vec{E} e de \vec{H} .

2.1.1 Equações de Maxwell

Pelas *equações de Maxwell* tem-se:

$$1^a.) \nabla \cdot \vec{E} = \frac{(\rho_f + \rho_b)}{\epsilon_0} \quad (\text{Lei Diferencial de Gauss}) \quad (2.6)$$

Nesta equação, a permissividade elétrica do vácuo, ou constante dielétrica do vácuo é ϵ_0 e tem o valor de $(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})$. Sabe-se, ainda, que ρ_f é a densidade de carga livre, ρ_b é a densidade de carga ligada* e ρ_t é a densidade de carga total ($\rho_t = \rho_f + \rho_b$).

$$2^{\text{a.}}) \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (\text{Lei de Faraday}) \quad (2.7)$$

$$3^{\text{a.}}) \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{J}_m \quad (\text{Lei Circuital de Ampère}) \quad (2.8)$$

Na equação acima, a permeabilidade magnética do vácuo é μ_0 e tem valor de $(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})$.

$$4^{\text{a.}}) \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{Lei de Gauss do Magnetismo}) \quad (2.9)$$

Estas equações são válidas para meios não-lineares, não-homogêneos e não-isotrópicos que estejam em repouso em relação ao sistema de coordenadas usado. São válidas, também, para meios homogêneos, fazendo as devidas simplificações.

Em condutores que obedecem a lei de Ohm, tem-se:

$$\vec{J}_e = \sigma \cdot \vec{E}. \quad (2.10)$$

Para dielétricos, tem-se o vetor indução magnética \vec{B} dado por:

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right) \quad (2.11)$$

onde \vec{H} é o vetor campo magnético. Como a magnetização é:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \text{ e } \mu_r = 1 + \chi_m \text{ então,} \quad (2.12)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \text{ ou, de outra forma:} \quad (2.13)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}. \quad (2.14)$$

* O conceito de carga ligada (*bond*) e carga livre (*free*) e de polarização é baseado na idéia de que os dielétricos são compostos de moléculas. Caso contrário, os valores de σ_b , σ_f e da polarização \vec{P} tornar-se-iam arbitrários.

Aqui é conveniente que se estabeleça, a susceptibilidade magnética do material para meios dielétricos χ_m e a permeabilidade magnética relativa μ_r ($\mu = \mu_0 \mu_r$)

Para um meio não homogêneo, a função potencial varia com a posição, a direção e o sentido e é justo admitir que ela adquira um caráter vetorial. Assim, o potencial elétrico tomará uma forma vetorial. Daí:

$$V \Rightarrow \vec{A}, \quad (2.15)$$

onde \vec{A} é o vetor potencial e. A partir das equações de Maxwell, a forma geral da equação da OEM pode ser escrita como:

$$\nabla^2 \vec{A} - \epsilon \cdot \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \mu \vec{j}_f \quad (2.16)$$

Nessa situação, a equação 2.16 já pertence ao campo matricial e, pela descontinuidade e o tamanho de muitos meios geológicos, a solução geral torna-se complicada, tanto matematicamente, como computacionalmente. Pode-se, entretanto, simplificá-la, separando-se o problema original em partes. Estuda-se cada parte como uma situação de onda plana em meio homogêneo; isto é, em meios onde não há variação das propriedades de um ponto a outro. Assim, as condições de contorno devidas ao meio e as características das OEMs permitem que se encontre uma solução sem muito afastamento do problema original para cada parte do meio. Então, ao se considerar a função potencial V como escalar no espaço, a equação da onda (Equação. 2.16) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\nabla^2 V - \epsilon \mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho_f}{\epsilon} \quad (2.17)$$

Deve-se lembrar que a resolução da equação 2.17 é trabalhosa. Convém portanto, que se resolvam as equações de Maxwell, pois as mesmas são de primeira ordem e tem boas características para utilizarem-se do Cálculo Numérico. Assim considerando

$$-\vec{\nabla} V = \vec{E} \quad (2.18)$$

e como, no vácuo, em cada ponto, a densidade volumétrica de carga é nula ($\rho_l = 0$). Da mesma forma, a condutividade elétrica é zero ($\sigma = 0$). A densidade de corrente torna-se

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (2.19)$$

As equações de Maxwell reduzem-se a:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.20)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.21)$$

$$\nabla \times \vec{E} + j\omega\mu_0 \vec{H} = 0 \quad (2.22)$$

$$\nabla \times \vec{H} - j\omega\epsilon_0 \vec{E} = 0 \quad (2.23)$$

Pode-se calcular pois o rotacional do rotacional do campo elétrico

$\nabla \times (\nabla \times \vec{E})$ e também o rotacional do rotacional do campo magnético

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}).$$

Esses aplicados aos vetores representados em coordenadas tri-ortogonais, tornam-se:

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} \quad e \quad (2.24)$$

$$\vec{H} = H_x \vec{i} + H_y \vec{j} + H_z \vec{k} \quad (2.25)$$

onde \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} são os vetores da base unitária.

Em coordenadas cartesianas retangulares para os vetores campo elétrico e campo magnético, tem-se respectivamente:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \times \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \times \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Dessa forma, obtém-se as apresentações clássicas da equação da onda para o vetor campo elétrico e o vetor campo magnético.

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.28)$$

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (2.29)$$

onde c é definido por:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (2.30)$$

Ao se desenvolver as equações da onda, obtém-se a seguinte série de equações para o vetor campo elétrico:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad (2.33)$$

Da mesma forma, obtém-se, para o campo magnético, uma série semelhante de equações:

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \quad (2.36)$$

As equações de Maxwell podem ser escritas, em coordenadas retangulares, por meio da equação 2.5 que se relaciona à indução magnética. Assim:

$$-\frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (2.37)$$

$$-\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - j_x \quad (2.40)$$

$$-\frac{\partial D_y}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - j_y \quad (2.41)$$

$$-\frac{\partial D_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - j_z \quad (2.42)$$

A componente E_z de \vec{E} na direção do eixo z é nula. Pela equação 2.20 tem-se:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \quad (2.43)$$

Da mesma forma, a componente H_z de \vec{H} na direção do eixo z é nula e, pela equação 2.21, tem-se:

$$\nabla \cdot \vec{H} = \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \quad (2.44)$$

Com isso, mostra-se que, as OEMs são transversais e também são plano-polarizadas. O vetor \vec{E} aponta na direção do eixo x e o vetor \vec{H} aponta na direção do eixo y. Isso não acarreta perda de generalidade, pois essa onda pode ser desdobrada em duas outras ondas plano-polarizadas em fase e perpendiculares entre si.

2.1.2 Solução geral

No estudo das OEMs de comprimento de onda entre as microondas e as ondas longas, a solução das equações 2.31 até 2.36 deverá restringir-se integralmente às funções harmônicas ou monocromáticas (monofreqüências); isto é, uma função tipo seno ou cosseno. Assim, considerando a identidade de Euler,

$$e^{jx} = \cos x + j \operatorname{sen} x, \quad (2.45)$$

a solução geral para os vetores \vec{E} e \vec{H} torna-se:

$$\vec{E} = E_0 e^{j\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)} \vec{i} = E_0 \left[\cos \omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + j \operatorname{sen} \omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \vec{i} \quad (2.46)$$

Do mesmo modo, pelas equações 2.34 e 2.36, obtém-se:

$$\vec{H} = \varepsilon_0 c E_0 e^{j\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)} \vec{j} = \varepsilon_0 c E_0 \left[\cos \omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + j \operatorname{sen} \omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \vec{j} \quad (2.47)$$

Dessa maneira, \vec{H} é perpendicular a \vec{E} e, dividindo-se \vec{E} por \vec{H} tem-se:

$$\frac{E}{H} = \frac{1}{\varepsilon_0 c} = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377 \Omega \quad (2.48)$$

que é a impedância elétrica do vácuo Z_0 .

A amplitude do vetor \vec{E} é E_0 e a amplitude do vetor \vec{H} é $\varepsilon_0 c E_0$. A posição da onda na direção do eixo z é z . A velocidade de fase é dada por $v_f = \lambda \cdot f$. Pode-se, assim, definir uma impedância intrínseca do meio Z que é :

$$Z = \frac{\gamma}{\sigma + i\omega\varepsilon}, \quad (2.49)$$

onde γ é a constante complexa de propagação dada por:

$$\gamma = i\omega\sqrt{\mu\varepsilon} \sqrt{\left(1 - \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon}\right)} \quad (\text{Ida e Bastos, 1997}). \quad (2.50)$$

No caso de bons condutores (onde $\sigma \gg \omega\varepsilon$), tem-se:

$$Z = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}(1+i). \quad (2.51)$$

Se a frequência é o inverso do período ($f = \frac{1}{\tau}$), nas expressões 2.46 e 2.47, pode-se escrever:

$$\vec{E} = E_0 e^{j2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right)} \vec{i} = E_0 \left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right) + j \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right) \right] \vec{i} \quad (2.52)$$

$$\vec{H} = \varepsilon_0 c E_0 e^{j2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right)} \vec{j} = \varepsilon_0 c E_0 \left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right) + j \sin 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right) \right] \vec{j} \quad (2.53)$$

Considerando uma região do espaço, linear e isotrópica, de volume V , circundada pela superfície fechada S , a energia da OEM pode ser obtida a partir da equação:

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \frac{-1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\mu H^2 + \varepsilon E^2) - \vec{E} \cdot \vec{J}_f \quad (2.54)$$

Integrando sob o volume V , usando o teorema da divergência no lado esquerdo da equação acima e trocando o sinal, tem-se::

$$- \int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\mu \cdot H^2 + \varepsilon \cdot E^2) dV + \int_V \vec{E} \cdot \vec{J}_f dV, \quad (2.55)$$

onde o termo da esquerda, com o sinal negativo, representa a taxa de energia eletromagnética que flui para dentro do volume V , isto é, a integral a esquerda, sem o sinal, representa o fluxo, para fora, da energia eletromagnética através de uma superfície S por unidade de tempo. A primeira integral do lado direito representa o crescimento na energia elétrica e magnética por unidade de tempo num volume V ; a segunda integral representa a energia eletromagnética removida do mesmo volume e transformada em calor, também por unidade de tempo.

2.1.3 – Representação espacial e princípios de propagação

A figura 2.3 representa a propagação de uma onda eletromagnética a partir de uma fonte puntiforme (Figura 2.3 A), segundo o princípio de Huygens: ... *Todos os pontos de uma frente de onda devem ser considerados como fontes puntiformes para a produção de ondas esféricas secundárias; depois de um certo tempo t , a nova posição da frente de onda é a superfície que tangencia essas ondas secundárias....*(Figura 2.3 B) (*in* Halliday e Resnick, 1966). À medida que a onda se afasta da fonte, a frente de onda fica com o contorno cada vez mais plano (Figura 2.3 C).

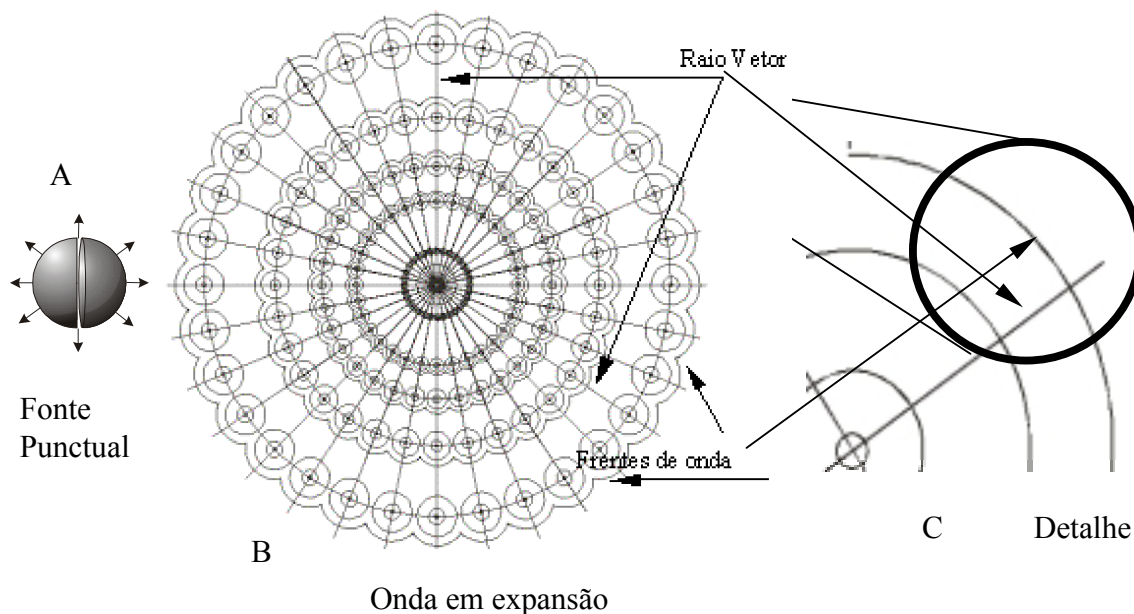


Figura 2.4. Representação do princípio de Huygens aplicado a uma fonte pontual de OEMs. (A) emissão inicial de uma onda em 3D. (B) expansão da onda gerada representada no espaço 2D. (C) Detalhe de uma parte da frente de onda e do raio.

A ampliação do círculo destacado na Figura 2.3 C, permite visualizar essa situação com clareza na Figura 2.2 A e na Figura 2.2 B, (página 12).

Assim, pode-se considerar que as frentes de ondas muito longe da fonte geradora das ondas são planos paralelos uns aos outros e perpendiculares ao raio vetor que lhe é concernente

(Figura. 2.2 B). Ainda se pode afirmar que as OEMs emitidas por uma antena propagam-se em todas as direções que se afastam dela. Os pontos atingidos simultaneamente por essa radiação EM constituem uma superfície fechada em torno da antena (fonte geradora).

As principais características das OEMs podem, então, ser assim resumidas:

- 1) as OEMs propagam-se no vácuo com velocidade $3,0 \times 10^8$ m/s;
- 2) longe da fonte, as OEMs podem ser consideradas como ondas planas;
- 3) as OEMs são ondas transversais, porque a direção de vibração é perpendicular à direção de propagação;
- 4) o que ocorre com a onda eletromagnética no vácuo é semelhante ao que acontece com ela em outro meio isotrópico, linear e homogêneo;

5) a análise feita para \vec{E} é a mesma para \vec{H} , \vec{D} (densidade de fluxo elétrico) e \vec{B} (indução magnética).

2.1.4 Vetor de Poynting

O vetor de Poynting é considerado como a resultante do produto vetorial entre \vec{E} e \vec{H} . Quando o vetor de Poynting é integrado sobre uma superfície fechada S (ver a Equação 2.54), indica o fluxo total de energia em forma de onda EM, orientada para fora ou para dentro dessa superfície S , conforme convenção. Esse vetor aponta na direção de propagação das OEMs. Assim, integrando o produto vetorial $\vec{E} \times \vec{H}$ sobre o volume V limitado pela superfície S e aplicando o teorema da divergência no primeiro membro da equação sobre uma onda que se propaga no vácuo, obtém-se:

$$\int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{s} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2} \right) d\vec{r} \quad (2.56)$$

O produto vetorial $\vec{E} \times \vec{H}$ fornece o valor instantâneo do vetor de Poynting em um dado ponto no espaço. A densidade de energia do campo elétrico e do campo magnético são respectivamente:

$$\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

e

$$\frac{1}{2} \mu_0 H^2 .$$

2.2 Fenômenos de propagação das OEMs em meios geológicos

As OEMs, ao incidirem em um meio geológico, fazem as partículas do meio realizarem algum tipo de transição no nível atômico: eletrônica, vibracional ou rotacional. Dessa forma, a radiação incidente é re-emitada sob a forma do que se convencionou chamar de reflexão, refração, difração, absorção (atenuação), polarização, interferência e dispersão, conforme as características dos meios que elas estiverem atravessando. Assim, ao passarem de um meio mais condutor para um meio menos condutor, as ondas são parcialmente refletidas, parcialmente refratadas e parcialmente absorvidas por conta das constantes elétricas

e/ou magnéticas como: condutividade elétrica (σ), permeabilidade magnética (μ) e permissividade elétrica ou constante dielétrica (ϵ). Nessas condições, quanto menor o contraste entre as constantes elétricas e magnéticas, isto é, quanto mais semelhantes forem as constantes (σ, ϵ, μ) dos meios geológicos, mais difícil de se observar, através do georradar, a diferença entre os corpos constituintes dos referidos meios. Isso se deve ao fato de que as OEMs se refratam e refletem menos nesses meios geológicos.

2.2.1 Reflexão

Os fenômenos da reflexão e da refração foram bem definidos pela Física do século XVII, fundamentalmente para a Óptica. Reservadas as diferenças, o fenômeno é semelhante para as OEMs. Na reflexão, a onda vinda de um meio 1, ao incidir na superfície divisória, supostamente um plano idealmente fino e infinito, que separa dois meios lineares, homogêneos e com constantes elétricas e magnéticas diferentes, sofre uma mudança de caminho e volta para o meio 1 (Figura. 2.5). Na lei fundamental da reflexão, verifica-se que o ângulo de incidência θ_1 é igual ao ângulo de reflexão θ_2 :

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (\text{Primeira Lei de Descartes ou Lei Fundamental da Reflexão}) \quad (2.57)$$

No jargão da Engenharia de Radioeletricidade, usa-se o ângulo de razância (γ_1) como o complemento do ângulo de incidência; ou seja:

$$\gamma_1 = \frac{\pi}{2} - \theta_1. \quad (2.58)$$

De modo similar, tem-se o ângulo de reflexão medido como ângulo de razância

$$\gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_2. \quad (2.59)$$

Um experimento tomado de (Halliday e Resnick, 1966, p.1157) mostra um feixe de microondas de $\lambda = 10$ cm, que incide em um plano com ângulo de incidência θ_1 . O espalhamento na reflexão, para o caso, foi da ordem de 44,4% para cima e 44,4% para baixo do ângulo de reflexão; isto significa que **aparentemente** 11,2% dos raios incidentes seguem a

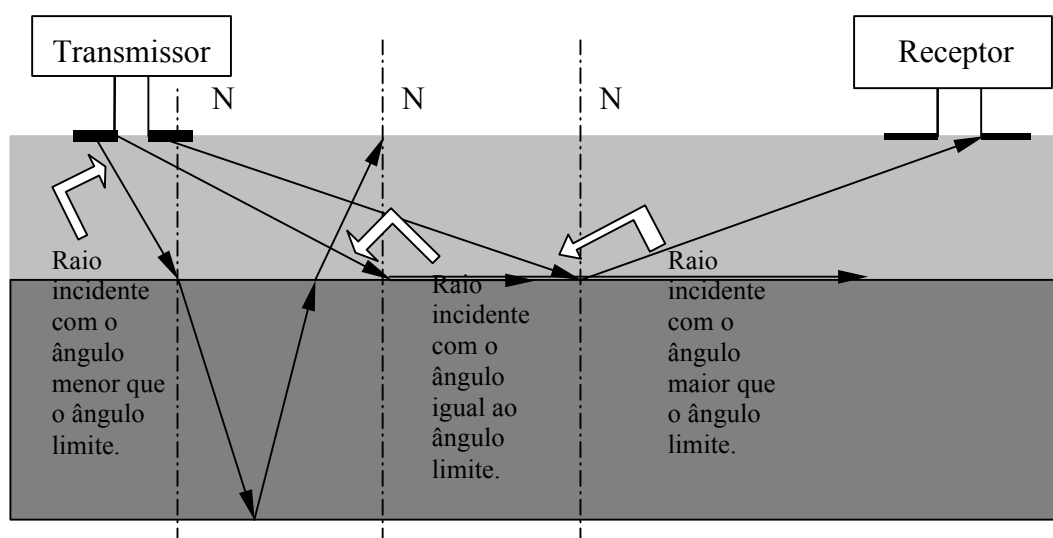


Figura 2.5 - Representação de raios incidentes ao atingirem um meio com ângulos de incidência diferentes. Parte do feixe de raios é refletido e parte é refratado. Assim também sua energia sofre espalhamento com parte refletida, atingindo o receptor e parte absorvida pelo meio.

lei da reflexão (Equação 2.57). Esse efeito é devido ao fato de que as OEMs abrem o feixe e espalham-se como frentes de onda no espaço à medida em que se propagam (Figura. 2.2).

Isso mostra que a reflexão não é especular, nem difusa mas uma combinação delas, o que alguns convencionaram chamar de reflexão de Lambert (Drury, 1993, p.1-14).

Uma OEM, analisada a partir de sua emissão da antena transmissora, por um observador longe dela, apresenta zonas de reforço e zonas de anulação. Essas zonas são chamadas de **zonas de Fresnel**. Pela relação:

$$rF = \frac{1}{2} \sqrt{D \cdot \lambda} \tag{2.60}$$

tem-se que o raio de Fresnel (rF) da primeira zona depende da distância entre a antena emissora e a receptora (D) e do comprimento da onda no meio. Fazendo-se o cálculo do valor do raio de Fresnel (rF) para frequências entre 25 MHz com $D= 10m$ e 1,0 GHz com $D= 0,1m$ para vários meios, obtém-se a tabela 2.1.

A intensidade da reflexão sofre influência da rugosidade da superfície que separa os meios. Existe uma relação entre as dimensões dos pontos de rugosidade de uma superfície, o grau de reflectância e o comprimento de onda usado. É importante frisar que o raio refletido é formado dentro da área circundada pela primeira zona de Fresnel e não num único ponto.

Meio	Raio de Fresnel (f = 25 MHz) D=10m	Raio de Fresnel (f = 1,0 GHz) D= 0,1m (10 cm)
Granito	2,656 m	0,042 m
Água	1,776 m	0,028 m
Folhelho	0,299 m	0,00472 m

Tabela 2.1 Valores do raio de Fresnel para vários meios e nas frequências de 25 MHz e 1,0 GHz com uma distância entre a fonte e o receptor de 10 m e 10 cm.

Ondas provenientes de diferentes pontos da fonte (antena) interferem umas com as outras e produzem figuras de difração que são círculos concêntricos formados num plano perpendicular à direção de propagação dessas ondas. Esses círculos são lugares do espaço onde se encontram OEMs que percorrerem distâncias diferentes e tem-se reforços (OEMs fase) e anulações (ondas defasadas umas das outras de meio comprimento de onda). O primeiro círculo de reforço é chamado primeira zona de Fresnel. É nessa zona que a rugosidade da superfície refletora está sendo avaliada (Figura 2.6).

Uma superfície é refletora quando suas rugosidades tem dimensões bem menores que o comprimento de onda da onda nela incidente. Um dos critérios que determina este fato é o critério de Rayleigh. O critério de Rayleigh, usado em Óptica, funciona bem para OEMs métricas e centimétricas. Assim, supondo que todas as irregularidades da superfície são de altura média h e considerando que as ondas são refletidas por dois planos representados pela linha cheia e pela linha tracejada (Figura 2.6), pode-se calcular o atraso em uma das ondas:

$$ABC = 2h \cdot \text{sen } \gamma \quad (2.61)$$

O deslocamento de fase dessa onda em relação à outra será de:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2h \cdot \text{sen } \gamma = \frac{4\pi h}{\lambda} \text{sen } \gamma \quad (2.62)$$

Assim, pode-se aceitar que um meio geológico produza uma **reflexão difusa** quando:

$$\Delta\varphi > \frac{\pi}{2} \quad (\text{Dolukhanov, 1971, p.130}). \quad (2.63)$$

Nesse caso, então, o **critério de Rayleigh**, pelo qual uma superfície pode ser considerada refletora ou suficientemente polida, é:

$$h < \frac{\lambda}{8 \cdot \text{sen } \gamma} \quad (\text{em metros}) \quad (\text{Picquenard, 1970}). \quad (2.64)$$

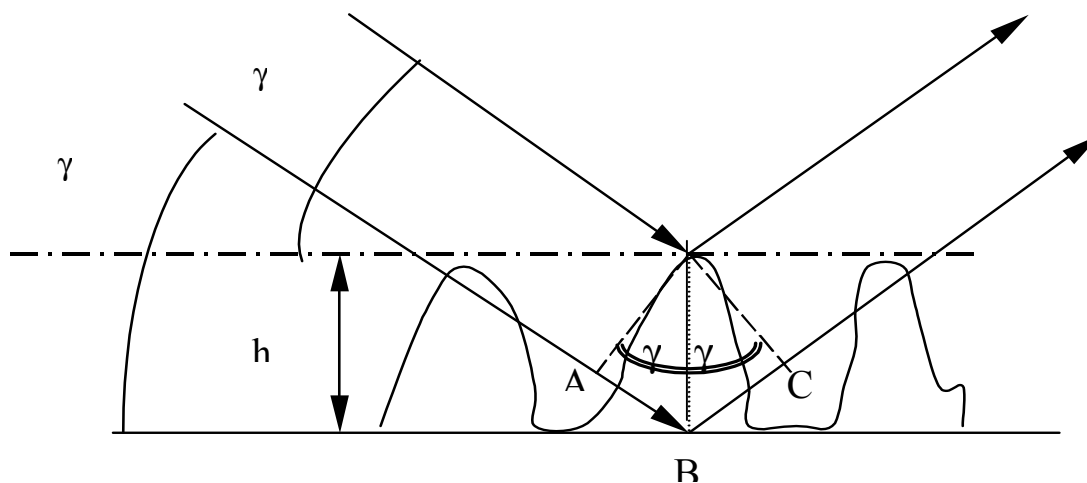


Figura 2.6 – Representação de uma superfície rugosa e do atraso sofrido pela onda que se reflete no plano inferior das rugosidades, representado pela linha reta contínua; a linha tracejada representa o plano superior das rugosidades. O atraso no caminho é o tamanho do percurso ABC. A direção de propagação das ondas é representada por setas.

A equação 2.64 mostra que, para uma determinada altura h , existe um compromisso não só do comprimento de onda, mas também do ângulo de incidência. Assim, para uma superfície oferecer **reflexão regular** o valor máximo de h deverá ser dado por:

$$h_{max} = \frac{\lambda}{16 \cdot \text{sen } \gamma} . \quad (2.65)$$

Isso é válido para uma diferença de fase de até $\frac{\pi}{4}$ (Picquenard, 1970).

O critério de Rayleigh ignora a polarização das ondas, porque o tipo de polarização afeta as condições sobre as quais a reflexão difusa pode ocorrer (Dolukhanov, 1971). Com a relação do critério de Rayleigh

$$h(\gamma) = \frac{\lambda}{16 \cdot \text{sen}(\gamma)} \quad (2.66)$$

pode-se construir vários gráficos (Figura 2.7) para valores de λ entre 0.1 e 6 metros. Isso acarreta, para a velocidade da luz no vácuo, frequências entre 3.000 MHz até 50 MHz. Em

100 MHz ($\lambda = 3,0$ m), vê-se que ângulos de razância menores que 1rd admitem imperfeições de até 1 metro.

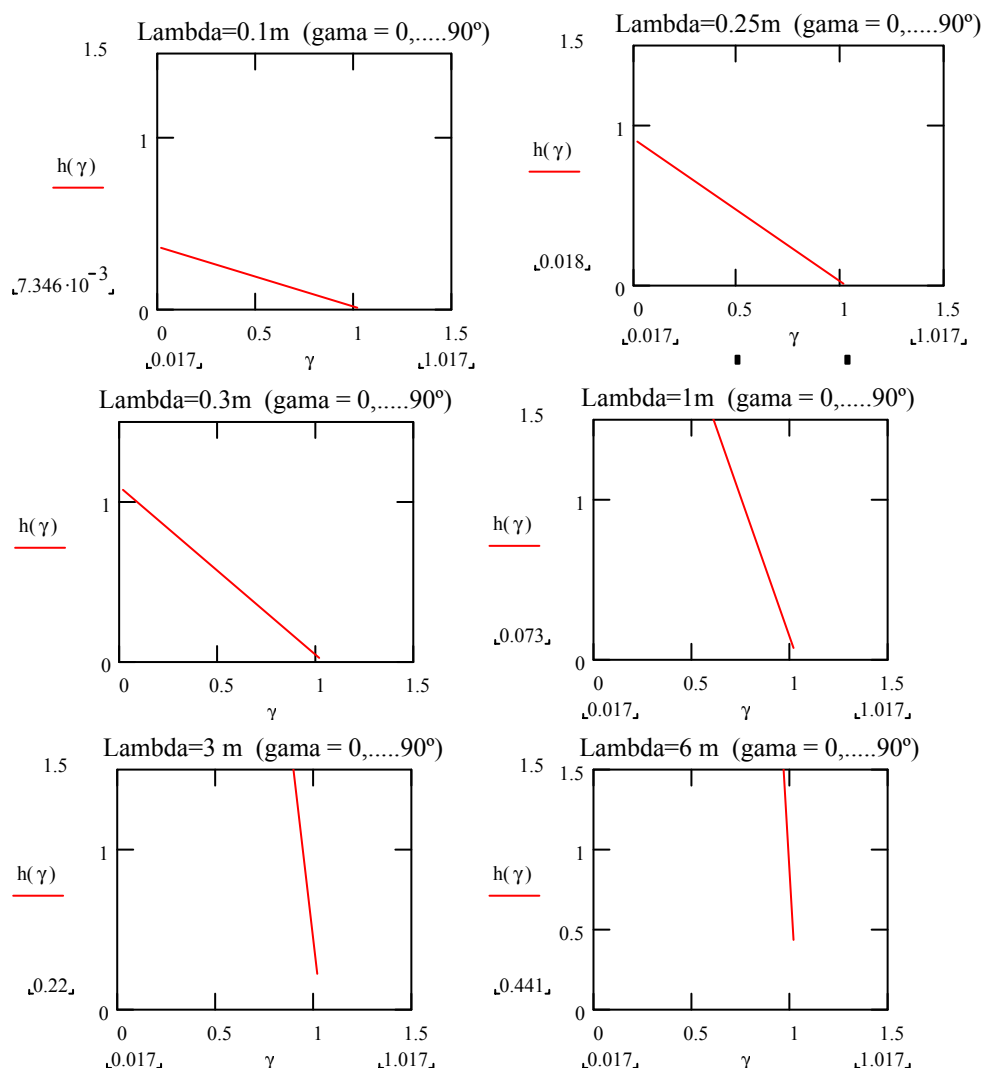


Figura 2.7 - Representação gráfica de h para valores de razância γ entre $\pi/180$ rd e $\pi/2$ rd e para valores de λ entre 0,1 m e 6,0 m. Todas as unidades estão em metros.

Já com frequências de 1,2 GHz, ângulos de razância de 0,5 rd ($\approx 28^\circ 38' 52''$) admitem imperfeições de até 50 centímetros.

2.2.2 Refração

Na refração a onda EM sofre uma mudança de direção ao atravessar a superfície divisória entre dois meios dielétricos diferentes 1 e 2 (Figura. 2.5). Aqui, também se supõe que a superfície divisória é um plano idealmente fino e infinito que separa dois meios lineares, homogêneos. A onda incidente dá origem a duas outras ondas: uma refletida e outra refratada ou transmitida. As três ondas satisfazem, naturalmente, as condições de

continuidade para as componentes tangenciais de \vec{E} e de \vec{H} na interface. Essas ondas incidente, refletida e refratada são representadas pelas equações:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} e^{j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \quad (2.67)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} e^{j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} \quad (2.68)$$

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_{03} e^{j(\omega t - \vec{k}_3 \cdot \vec{r})} \quad (2.69)$$

Na prática, sabe-se que a frequência ω é sempre a mesma, tanto para a onda incidente como para as ondas refratada e refletida. Em qualquer ponto da superfície de separação dos dois meios, existem três exigências:

1ª) que haja continuidade, isto é:

$$\omega \cdot t - \vec{K}_1 \cdot \vec{r} = \omega \cdot t - \vec{K}_2 \cdot \vec{r} = \omega \cdot t - \vec{K}_3 \cdot \vec{r} \quad (2.70)$$

onde \vec{r} é um vetor do plano horizontal.

2ª) que a frequência das três ondas seja a mesma; isto é, ao mudar de meio, as ondas não devem mudar sua frequência.

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 \quad (2.71)$$

3ª) que todos os três vetores \vec{E}_1, \vec{E}_2 e \vec{E}_3 relacionem-se por meio das equações de Fresnel.

Das equações 2.66 e 2.67, obtém-se a 1ª lei da reflexão e também as componentes tangenciais dos vetores \vec{K}_1 e \vec{K}_2 . Isso resulta em:

$$K_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = K_2 \cdot \text{sen } \theta_2 \quad (2.72)$$

Ou ainda,

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{K_2}{K_1} \quad (2.73)$$

Observa-se que a quantidade $k \text{ sen } \theta$ é conservada no cruzamento das interfaces. Como $k = 2\pi n / \lambda_0$ (n é o índice de refração do meio), pode-se então escrever que:

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{ou} \quad (2.74)$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Lei de Snell (2.75)

A Lei de Snell vale tanto para as frequências altas (Óptica), como para as frequências mais baixas (microondas do georradar).

2.2.3 Polarização

O conceito de polarização é familiar na geologia, pelo uso corrente que se faz da análise petrográfica por meio do microscópio petrográfico. Quando as OEMs são alinhadas de modo que cada campo elétrico e cada campo magnético vibram sempre em um mesmo plano, diz-se que as OEMs estão plano-polarizadas, ou simplesmente polarizadas.

Para o estudo da polarização, usa-se considerar tanto o vetor campo elétrico \vec{E} , quanto o vetor campo magnético \vec{H} como resultantes de uma soma de duas componentes vetoriais. Assim, pode-se escrever que $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ e também que $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$. No jargão da engenharia de radioeletricidade, usa-se a orientação do vetor campo elétrico para definir a polarização elétrica e a orientação do vetor campo magnético para definir a polarização magnética.

Existem três tipos de polarização:

1) Polarização linear: em qualquer instante, o campo elétrico encontra-se na mesma direção e descreve uma linha reta contida em um plano ortogonal à direção de propagação da OEM. Na polarização linear vertical, a direção do campo elétrico é ortogonal à superfície de referência, que, na falta de outra orientação preferencial, toma-se a superfície terrestre como tal. A Figura 2.1 mostra que esse tipo de onda pode ser representada pela equação:

$$\vec{E} = E_0 \exp j\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \vec{j} \quad (2.76)$$

onde j é a unidade do conjunto dos números imaginários. Na polarização linear horizontal, o campo elétrico pertence ao plano paralelo à superfície da Terra, representada pela equação:

$$\vec{E} = E_0 \exp j\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \vec{i} \quad (2.77)$$

2) Polarização circular: neste caso, \vec{E}_1 e \vec{E}_2 tem iguais amplitudes e possuem uma diferença de fase ϕ entre eles de $\pm \pi/2$; isto é, são duas ondas planas e uniformes de

mesma frequência e mesma amplitude. Disso resulta um vetor campo elétrico \vec{E} que descreve uma circunferência sobre o plano normal à direção de propagação. Diz-se que a polarização é circular para a direita se $\phi = +\pi/2$ e que a polarização é circular para a esquerda se $\phi = -\pi/2$.

- 3) Polarização elíptica. esse é o caso geral, do qual os tipos anteriores são particularizações, em que o vetor campo elétrico descreve uma elipse num plano normal à direção de propagação da OEM. Essa polarização é resultante da combinação de duas ondas planas de frequências iguais que se propagam na mesma direção, mas com campos fora de fase. Isso significa que, num dado ponto, os máximos de \vec{E}_1 e \vec{E}_2 não ocorrem ao mesmo tempo.

2.2.4 Equações de Fresnel com \vec{E} normal ao plano que contém o raio incidente

A condição física dessa situação está representada na Figura 2.8. Nessa situação, conhecidos os módulos E_{01} e H_{01} dos vetores que representam a onda incidente e fazendo uso da condição de continuidade das componentes de E e H na interface, tem-se que:

$$E_{01} + E_{02} = E_{03}, \text{ com } \theta_1 = \theta_2 \quad (2.78)$$

$$\left. \frac{E_{02}}{E_{01}} \right|_{NORMAL} = \frac{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \theta_1 - \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \theta_3}{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \theta_1 + \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \theta_3} \quad \text{Eq. de Fresnel (2.79)}$$

$$\left. \frac{E_{03}}{E_{01}} \right|_{NORMAL} = \frac{2 \frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \theta_1}{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \theta_1 + \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \theta_3} \quad \text{Equação de Fresnel (2.80).}$$

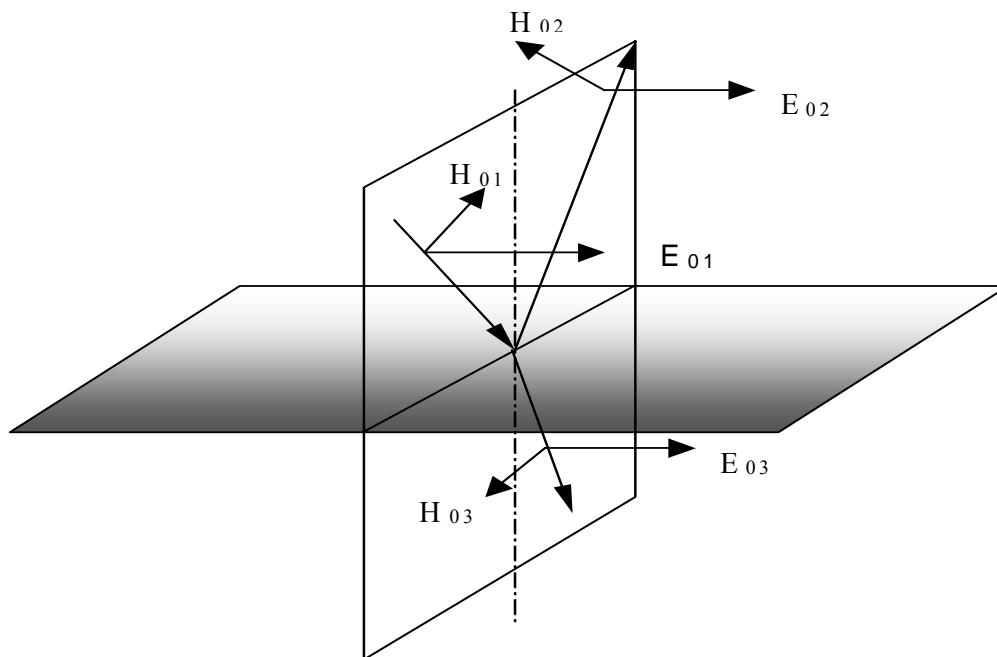


Figura 2.7 - Representação da onda incidente (H_{01} e E_{01}), da onda refletida (H e E_{02}) e da onda refratada (H_{03} e E_{03}), juntamente com os vetores do campo elétrico (ortogonais ao plano incidente) e magnético (coincidentes com o plano que contém o raio incidente e a normal) das respectivas ondas num determinado instante de tempo.

Também se pode ver que:

$$H_{01}\cos\theta_1 - H_{02}\cos\theta_2 = H_{03}\cos\theta_3 \tag{2.81}$$

Com o uso da relação:

$$\frac{E}{H} = \frac{\omega \cdot \mu}{k} \tag{2.82}$$

e sabendo que

$$k = \frac{2\pi n}{\lambda_0}, \text{ tem-se que:} \tag{2.83}$$

$$\frac{E}{H} = \frac{\omega \cdot \mu \cdot \lambda}{2 \cdot \pi} \text{ ou } \frac{E}{H} = \lambda \cdot f \cdot \mu, \tag{2.84}$$

onde $\lambda \cdot f = v$.

Mas,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}}. \tag{2.85}$$

$$\text{Daí: } \frac{E}{H} = \frac{\mu}{\sqrt{\mu \cdot \varepsilon}} \cdot \text{ ou} \quad (2.86)$$

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (2.87)$$

2.2.5 Equações de Fresnel com \vec{H} normal ao plano que contém o raio incidente

A condição física dessa situação está representada na Figura 2.7. Dessa forma, pode-se escrever:

$$H_{01} - H_{02} = H_{03} \quad (2.88)$$

$$\frac{k_1}{\omega\mu_1} (E_{01} - E_{02}) = \frac{k_2}{\omega\mu_2} E_{03} \quad (2.89)$$

e também

$$(E_{01} - E_{02}) \cos \theta_1 = E_{03} \cos \theta_3. \quad (2.90)$$

Assim, obtém-se as seguintes equações:

$$\left. \frac{E_{02}}{E_{01}} \right|_{NORMAL} = \frac{\frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \theta_1 - \frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \theta_3}{\frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \theta_1 + \frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \theta_3} \quad \text{Equação de Fresnel} \quad (2.91)$$

$$\left. \frac{E_{03}}{E_{01}} \right|_{NORMAL} = \frac{2 \frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \theta_1}{\frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \theta_1 + \frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \theta_3} \quad \text{Equação de Fresnel} \quad (2.92)$$

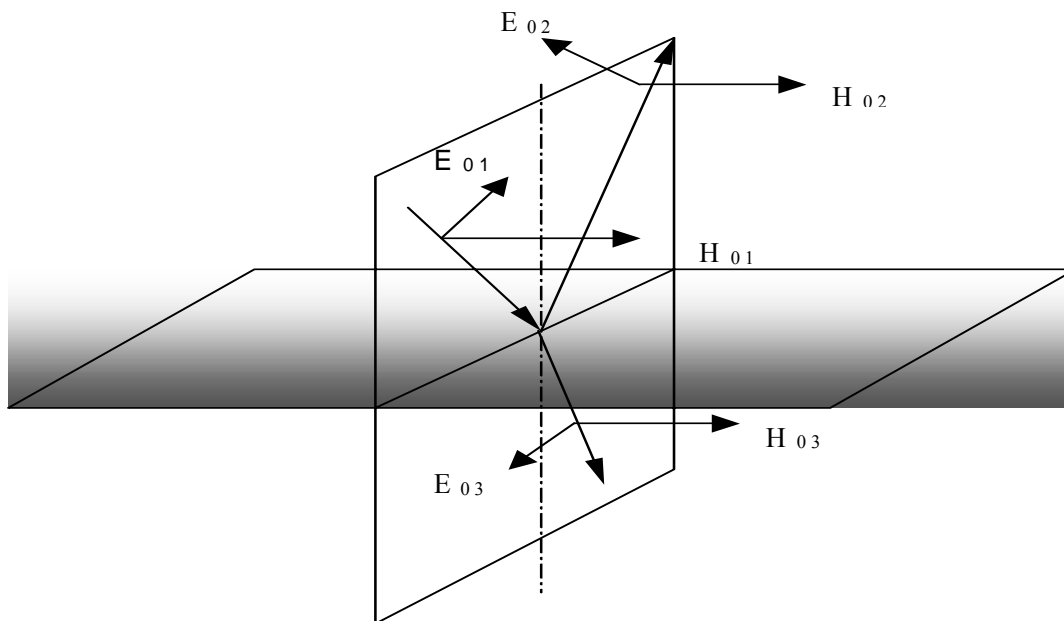


Figura 2.9 - Representação da onda incidente (E_{01} e H_{01}), da onda refletida (E_{02} e H_{02}) e da onda refratada (E_{03} e H_{03}), juntamente com os vetores do campo magnético (ortogonais ao plano incidente) e elétrico (coincidentes com o plano que contém o raio incidente e a normal) num determinado instante de tempo.

2.2.6 Reflexão e refração na interface entre dois meios dielétricos

Considerando que os índices de refração de dois meios são números reais maiores ou iguais a 1, pela lei de Snell, pode-se obter:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_3 \sin \theta_3 \tag{2.93}$$

As equações de Fresnel para uma OEM polarizada em que \vec{E} é perpendicular ao plano de incidência são escritas da seguinte forma:

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_N = \frac{\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i - \cos \theta_t}{\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i + \cos \theta_t} \tag{Equação de Fresnel (2.94)}$$

$$\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_N = \frac{2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i}{\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i + \cos \theta_t} \tag{Equação de Fresnel (2.95)}$$

Para uma OEM polarizada em que \vec{E} é paralelo ao plano de incidência, obtém-se:

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_P = \frac{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\cos\theta_t - \cos\theta_i}{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\cos\theta_t + \cos\theta_i} \quad \text{Equação de Fresnel (2.96)}$$

$$\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_P = \frac{2\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\cos\theta_i}{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\cos\theta_t + \cos\theta_i} \quad \text{Equação de Fresnel (2.97)}$$

2.2.7 Ângulo de Brewster e Ângulo Crítico

A onda refletida com o vetor \vec{E} paralelo ao plano de incidência desaparece quando o ângulo de incidência θ_i somado ao ângulo de refração θ_r resultarem em:

$$\theta_i + \theta_r = \frac{\pi}{2}. \quad (2.98)$$

Isso é, existe uma onda refletida somente quando a onda incidente é polarizada com seu vetor \vec{E} normal ao plano de incidência. Ao passar por uma descontinuidade entre meios, não haverá a produção da onda refletida toda vez que o vetor \vec{E} for paralelo ao plano de incidência. Nesse caso, as condições de continuidade serão satisfeitas apenas para as ondas incidente e refratada ou transmitida. Esse ângulo de incidência é chamado de **ângulo de Brewster**. Ele também é chamado de **ângulo de polarização**, porque uma onda incidente na interface com esse ângulo é refletida como uma onda polarizada com \vec{E} normal ao plano de incidência.

O **ângulo crítico**, ou **ângulo limite** é aquele ângulo de incidência acima do qual a OEM incidente na interface sai paralela à interface, ou se reflete voltando para o meio do qual saiu. Não existe, portanto, onda refratada ou transmitida, somente onda refletida. Com a lei de Snell, pode-se escrever:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2. \quad (2.99)$$

Mas, no ângulo limite (θ_l), θ_2 é 90° (Figura. 2.10). Então:

$$n_1 \text{ sen } \theta_L = n_2. \tag{2.100}$$

Escrevendo a Equação 2.100 em função das constantes dielétricas dos meios 1 e 2 , obtém-se:

$$\sqrt{\epsilon_{r1}} \text{ sen } \theta_L = \sqrt{\epsilon_{r2}} \tag{2.101}$$

de onde

$$\theta_L = \text{arc} \circ \text{sen} \sqrt{\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}} \tag{2.102}$$

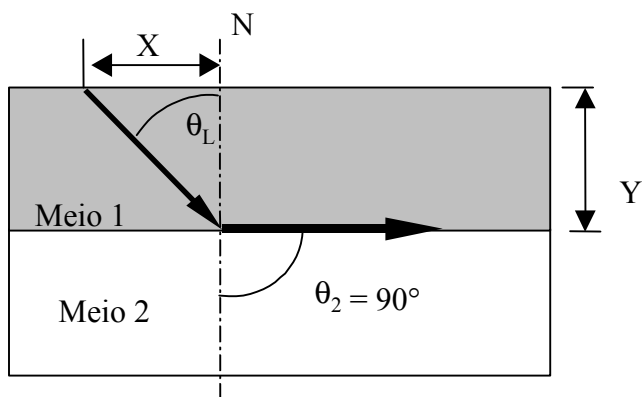


Figura 2.10 – Representação do ângulo limite no qual o raio refletido sai paralelo à interface.

Do exame da figura 2.10 acima, pode-se concluir que:

$$\text{tg } \theta_L = \frac{X}{Y} \text{ ou } Y = \frac{X}{\text{tg } \theta_L} \tag{2.103}$$

e para o caso de X ter o valor igual a 1 metro, pode-se escrever a seguinte equação:

$$Y = \frac{1}{\text{tg } \theta_L} . \tag{2.104}$$

Substituindo θ_L pelo resultado obtido na equação 2.102 tem-se:

$$Y = \frac{1}{\text{tg} \left(\text{arcsen} \sqrt{\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}} \right)} \text{ para } X=1\text{m}. \tag{2.105}$$

A equação 2.105, apresenta a espessura da camada 1, para que a onda incidente sofra reflexão total na interface com o meio 2 em função das constantes dielétricas desses e em

função de um afastamento lateral de 1 metro entre a fonte e a recepção da OEM. A partir disso, pode-se considerar alguns meios e construir a tabela 2.2, com o quociente das constantes dielétricas dos meios em questão.

Meios	Quociente entre as constantes dielétricas relativas dos meios	θ_L (ângulo limite em radianos)	Y (espessura da camada 1 em m) para X=1m
Ar/Água	1/80	0,112	8,888
Solo seco/Água	4/80	0,226	4,359
Solo úmido/Água	10/80	0,361	2,646
Solo seco/Solo úmido	4/10	0,685	1,225

Tabela 2.2 - Quociente entre as constantes dielétricas entre os meios relacionadas aos respectivos ângulos limites e espessura da camada 1 para que a onda seja totalmente refletida.

2.2.8 Coeficiente de reflexão e de refração na interface entre dois dielétricos

Os coeficientes de reflexão e de refração relacionam o fluxo de energia através da interface entre dois meios e são calculados usando o valor médio do vetor de Poyting. Para uma onda incidente em que se considera $\mu_r = 1$, o fluxo de energia média por unidade de área será:

$$P_{i,médio} = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{2}} E_{0i}^2 \cdot n_i \quad (2.106)$$

$$P_{r,médio} = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{2}} E_{0r}^2 \cdot n_r \quad (2.107)$$

$$P_{t,médio} = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{2}} E_{0t}^2 \cdot n_t \quad (2.108)$$

Os coeficientes de reflexão \mathfrak{R} e de transmissão Γ são definidos como as razões entre os fluxos médios de potência por unidade de área na interface. Realizando a razão entre o

fluxo médio de potência na interface, usando o vetor de Poyting e as equações de Fresnel, pode-se calcular o coeficiente de reflexão \mathfrak{R} , de modo que:

$$\mathfrak{R}_N = \frac{\left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i - \cos \theta_t \right]^2}{\left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i + \cos \theta_t \right]^2} \quad (2.109)$$

Calcula-se o coeficiente de refração ou transmissão Γ de forma semelhante ao coeficiente de reflexão. Dessa maneira tem-se:

$$\Gamma_N = \frac{4 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i \cos \theta_t}{\left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i + \cos \theta_t \right]^2} \quad (2.110)$$

O índice N nos coeficientes assinala que o vetor campo elétrico é normal ao plano de incidência. De outra forma, pode-se calcular os coeficientes de reflexão e de refração quando o vetor campo elétrico for paralelo ao plano de incidência. Daí :

$$\mathfrak{R}_P = \frac{\left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_{ii} - \cos \theta_i \right]^2}{\left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_t + \cos \theta_i \right]^2} \quad (2.111)$$

$$\Gamma_P = \frac{4 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_i \cos \theta_t}{\left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cos \theta_t + \cos \theta_i \right]^2} \quad (2.112)$$

2.2.9 Dispersão nas OEMs

A **dispersão** de uma OEM policromática é a separação da onda em seus diversos comprimentos de onda (componentes harmônicas). A dispersão ocorre para ondas de poli-freqüência ou policromática; portanto, não há dispersão para ondas monocromáticas, isso é, com um único comprimento de onda. A ocorrência da dispersão depende da velocidade da OEM, da sua freqüência e do meio em que ela se encontra. A dispersão dá-se devido às diferenças na resposta da interação entre os dipolos das moléculas do meio e os campos

elétricos e magnéticos da onda eletromagnética incidente para diferentes frequências. Essas diferenças são geralmente entendidas em termos da resposta de um oscilador harmônico forçado e amortecido. O modelo de Debye para materiais dielétricos supõe que essa resposta é dominada por um processo de relaxação exponencial. Por outro lado, a interação gerada na polarização induzida por OEM em líquidos, especialmente água e em sólidos cristalinos e na mistura deles, é mais complicado do que um simples modelo a ser desenvolvido aqui (Corson & Lorrain, p. 120-121, 1970).

Da teoria de campos, sabe-se que ondas de rádio, tanto como microondas em meio dielétrico perfeito, propagam-se a uma velocidade dada por:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon'_i}} \quad (2.113)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo e ϵ'_i é a permissividade relativa do dielétrico perfeito. Nesta relação, v_p é a velocidade com que viaja uma superfície de equifase na direção de propagação da onda e é chamada de velocidade de fase. Essa relação ainda pode ser colocada em função das frequências de fase e da onda, da seguinte forma:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2}} \quad (2.114)$$

onde f_p é a frequência de fase e f é a frequência da onda. Daí depreende-se que, mudanças nos valores da frequência geram variações na velocidade.

Assim, uma análise de Fourier do pulso eletromagnético mostra que ele é composto de uma somatória de ondas de diversas frequências (**componentes harmônicas**). Em meios dispersivos, as componentes harmônicas de uma OEM viajam com diferentes velocidades e chegam em um ponto de recepção com fases diferentes daquelas que saíram da fonte emissora. Assim, ao serem combinadas nesse ponto de recepção, elas reproduzirão um pulso, cuja forma de onda será diferente daquela original. Dessa forma, o sinal fica distorcido e deve-se tomar cuidado com essa distorção. Para resolver esse problema, introduz-se o conceito de velocidade de grupo (v_g). A velocidade de grupo é definida como a velocidade de propagação da crista de um grupo de ondas interferentes, onde, no pacote de ondas componentes, tem-se velocidades de fase e frequências ligeiramente diferentes umas das outras. Pode-se, então, ressaltar pelo menos duas conclusões importantes:

-1ª) a velocidade de propagação é independente da frequência e, nesse caso, o meio não é dispersivo. Com isso, todas as componentes do pulso viajam com uma mesma velocidade, de modo que a velocidade de grupo é igual à velocidade de fase;

-2ª) o meio é dispersivo, ou seja, cada componente de Fourier do pulso tem sua própria velocidade de propagação. Nesse caso, a velocidade de fase varia com a frequência, o que resulta disso numa **dispersão** do sinal eletromagnético composto; isso é, a separação em suas frequências componentes.

Um pulso de georradar, como mostra a figura 2.11, requer a sobreposição de frequências. Dessa forma, as várias frequências que compõem um sinal eletromagnético podem viajar em velocidades diferentes daquela da onda portadora, que é sempre menor que a velocidade da luz no vácuo. Conseqüentemente, ter-se-á, no sinal eletromagnético ou no envelope de ondas, dois tipos de velocidade: i) a velocidade de grupo e ii) a velocidade de fase.

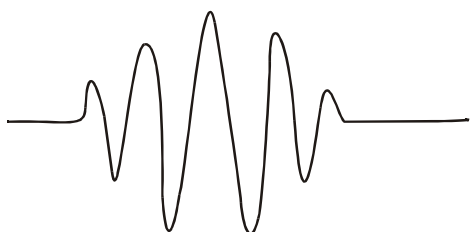


Figura 2.11 – Representação esquemática de um pulso do tipo emitido pelos georradares modernos.

A velocidade com que uma superfície de equifase viaja na direção de propagação da onda é chamada de velocidade de fase da onda (v_f). A velocidade de fase também varia com a frequência. Considerando v_g a velocidade de grupo e v_f a velocidade de fase, pode-se escrever uma relação válida entre elas:

$$v_g = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda} \quad (2.115)$$

onde a velocidade de fase é dada por:

$$v_f = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad (2.116)$$

Em muitos casos, onde se usa $\mu_r = 1$, a velocidade de fase pode ser escrita como:

$$v_f = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{e} \quad (2.117)$$

$$c^2 = v_f \times v_g \quad (2.118)$$

2.2.10 Atenuação

As OEMs incidentes nos meios dielétricos homogêneos e isotrópicos propagar-se-ão sofrendo uma diminuição de amplitude (**atenuação**) e, conseqüente, perda de energia por:

- 1) Atenuação por espalhamento geométrico e ;
- 2) Atenuação por corrente induzida.

Isso se deve, no primeiro caso, à divergência ou ao espalhamento; isso é, as ondas vindas duma fonte finita (antena) espalham-se em todas as direções do espaço e sua energia dispersa-se na superfície de uma esfera que se expande a cada instante. No segundo caso, nos meios geológicos que não são nem condutores homogêneos nem dielétricos perfeitos, mas sim parcialmente homogêneos e parcialmente dielétricos, as OEMs, ao atravessá-los, induzem corrente elétrica nos mesmos, e perdem energia por aquecimento. Essa perda de energia **atenua** mais ainda o sinal elétrico já atenuado pelo espalhamento, e, em termos práticos, acarreta uma diminuição da amplitude das OEMs ao longo da trajetória de propagação.

2.2.11 Difração

A **difração** é o fenômeno que ocorre quando a OEM sofre um desvio na sua trajetória ao passar por um obstáculo, seja ele as bordas de um orifício, ou um corpo cujas dimensões são pequenas comparadas com o λ da onda incidente. Considerando, por exemplo, um corpo esférico de diâmetro d no qual incide uma OEM, à medida em que d/λ tende a zero, a difração torna-se mais pronunciada. Isto é, a OEM penetra cada vez mais na “*sombra geométrica*” do corpo que ela está “*projetando*”.

As microondas e, portanto, as OEM geradas pelo georradar, sofrem difração em pequenas não homogeneidades, pequenos objetos e pontas agudas comparáveis. Nos *radargramas*, a difração aparece como hipérboles. Por exemplo: canos enterrados, ou corpos esféricos, ou pontas aparecem como hipérboles, cujo vértice corresponde ao ponto mais agudo ou ao mais próximo da superfície.

2.2.12 Interferência

Duas OEM de mesma frequência que se propagam aproximadamente na mesma direção e que possuem uma diferença de fase ϕ constante em relação ao tempo combinam-se de tal forma que a energia distribui-se no espaço, sendo máxima em certos pontos (pontos de reforço) e mínimas em outros (pontos de anulamento). Esse fenômeno é chamado de **interferência**. Dessa forma, a interferência é um processo que vai depender de cada situação geológica e geométrica, de modo que cada situação terá que ter uma análise particular.

2.2.13 OEM dentro de guias de onda

Uma OEM que atravessa meios geológicos não totalmente homogêneos pode encontrar-se em uma variedade imensa de situações. Numa situação particular, porém bastante interessante de analisar, é aquela em que existe um caminho central por onde a onda possa passar. Se esse caminho possuir constantes eletromagnéticas $(\mu_1, \varepsilon_1, \rho_1)$ bastante distintas das das paredes externas que “conduzem” a onda $(\mu_2, \varepsilon_2, \rho_2)$, essa situação assemelhar-se-á a um cano por onde uma onda passa e é designada **guia de ondas** (Figura 2.12).

Uma OEM dentro de uma guia de ondas deve satisfazer a certas condições, chamadas **condições de contorno**. Na parede da guia de ondas, o campo elétrico deve ser nulo (se a parede for constituída de um condutor perfeito), ou quase nulo (caso o condutor seja um condutor imperfeito; p.ex.: metal qualquer como cobre, alumínio, etc.). Além disso, em todo o interior da guia de ondas, as equações de Maxwell devem ser satisfeitas.

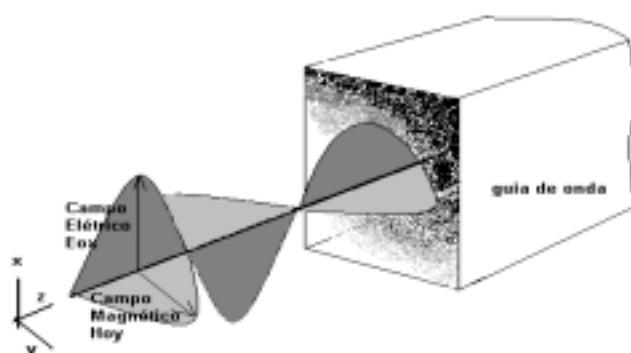


Figura 2.12 - Representação de uma OEM transversal elétrica, que entra em uma guia de onda prismática, onde \vec{E} é normal em relação à superfície e ∇H_{0z} é tangente à parede.

As restrições criadas pelas condições de contorno obrigam que o comprimento de onda dentro da guia assumam certos valores como $\lambda_g/2\pi$ (chamados de **autovalores, valores característicos** ou **valores próprios**), onde λ_g é um dos comprimentos de onda dentro da guia. A solução da equação da onda (Função de Onda), nessas condições, passa a ser chamada de **autovetor, vetor característico** ou **vetor próprio**. Para uma melhor compreensão, convém separar as OEMs em dois tipos fundamentais: i) ondas TE ou Transversais Elétricas e ii) ondas TM ou Transversais Magnéticas. Nas TE, tem-se $E_{0z} = 0$. Nas TM, tem-se $H_{0z} = 0$.

Na superfície do meio condutor ($\sigma = \infty$), a componente tangencial de \vec{E} deve ser nula e, próximo à superfície, \vec{E} deve ser normal a ela. O vetor \vec{H} deve ser tangente à superfície, perpendicular à densidade de corrente e igual, em módulo, à densidade de corrente de superfície. Como os meios são condutores imperfeitos, tem-se: $\sigma \neq \infty$ e $E_{0z} \neq 0$. Posteriormente, serão desenvolvidas as equações de Maxwell para a situação acima, nos modos TE e TM.

2.3 Variáveis físicas que influenciam na propagação das OEMs

A **condutividade elétrica** (σ) dos meios geológicos ou a **resistividade**, que é o seu inverso, são fatores primordiais que influenciam na propagação das OEMs. Um dos constituintes que mais influencia na propagação das OEMs, pois altera a resistividade dos meios porque se infiltra e também dissocia os íons, é a água. Daí o **efeito da água** ser extremamente importante sobre a passagem de OEMs de frequências altas do tipo microondas, porque a água, além de dissolver íons, absorve muita energia das OEMs. Quando suficientemente excitada pela energia das OEMs, a molécula de água, que tem um momento dipolar cuja frequência de absorção fica próximo de 10^9 Hz (Figura.2.13), pode vibrar, girar, tanto como variar sua configuração eletrônica, dependendo do nível de energia absorvido por ela. Os níveis de energia mais baixos que uma molécula com dois tipos de átomos pode absorver são os níveis obtidos pela rotação em torno do seu centro de massa. Como a energia de excitação envolvida na vibração molecular é maior do que a envolvida na rotação em torno do centro de massa, a rotação sempre acompanha a vibração. Espectros de rotação pura são caracterizados pela presença de comprimentos de onda mais longos e encontram-se, em geral, na região do infravermelho indo até a região das microondas, em comparação com o espectro

de vibração que cai entre as frequências ópticas até o ultravioleta (Beiser, 1969). Como os estados de energia são discretos, as transições da molécula de água são mais ou menos ressoantes em seu caráter, o que resulta em uma absorção da energia seletiva ou ressonante (Dolukhanov, 1971). Daí, locais com solos muito ricos em água, são normalmente difíceis de se fazer sondagens profundas com georradar, porque a água torna-se uma barreira à penetração das radiações eletromagnéticas de alta frequência. Além disso, a água tem uma constante de dissociação eletrolítica alta, de tal maneira que ela deixa os íons presentes no meio geológico livres para conduzirem a corrente elétrica, o que conseqüentemente atenua a amplitude das OEMs.

A **permissividade** dielétrica (ϵ) é outra propriedade importante que influencia na penetração das OEM no solo. A permissividade do solo é a propriedade que descreve a capacidade do meio geológico em armazenar energia, através da separação entre as cargas elétricas. Por outro lado, a **permeabilidade magnética** (μ) da água, cujo valor médio é de $0,16 \cdot 10^{-7}$ H/m, influencia pouco na propagação, pois o valor de κ , que é o número de onda, é função da raiz quadrada de μ , isto é:

$$K = \omega \cdot \sqrt{\epsilon \cdot \mu} . \quad (2.119)$$

Como a permeabilidade magnética para a magnetita tem um valor de $17,6 \cdot 10^{-7}$, o quociente entre os módulos do campo elétrico da OEM na água e na magnetita é da ordem de 1,024, ou seja, uma variação aproximada de dois e meio por cento entre as intensidades. Essa diferença pouco influi no sinal detectado em comparação com o efeito da permissividade elétrica.

A penetração e a propagação das OEM nos meios geológicos também são influenciadas pela sua **frequência**. Observa-se uma atenuação crescente da penetração das OEM no solo à medida que a frequência aumenta. Das equações de Maxwell, obtém-se a relação para o número de onda:

$$\kappa = \pm \left[\frac{i \cdot \omega \cdot \mu}{\rho} - \epsilon \cdot \mu \cdot \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} \text{ com } \omega = 2 \cdot \pi \cdot f . \quad (2.120)$$

Essa relação mostra como a onda se propaga. Isto é, o valor da amplitude da onda tem duas componentes: 1) uma imaginária e, portanto, oscilatória, uma vez que é expoente de uma potência de base neperiana na equação da onda, e 2) outra parte exponencial decrescente, que representa o decaimento da amplitude da onda ao longo do seu percurso. Como a permeabilidade magnética (μ)

da maioria dos minerais constituintes das rochas é próxima da permeabilidade magnética do vácuo, pode-se, então, pensar que a diferença entre os números de onda, para ondas que se propagam nos diversos minerais a uma dada frequência é devida precipuamente à constante dielétrica.

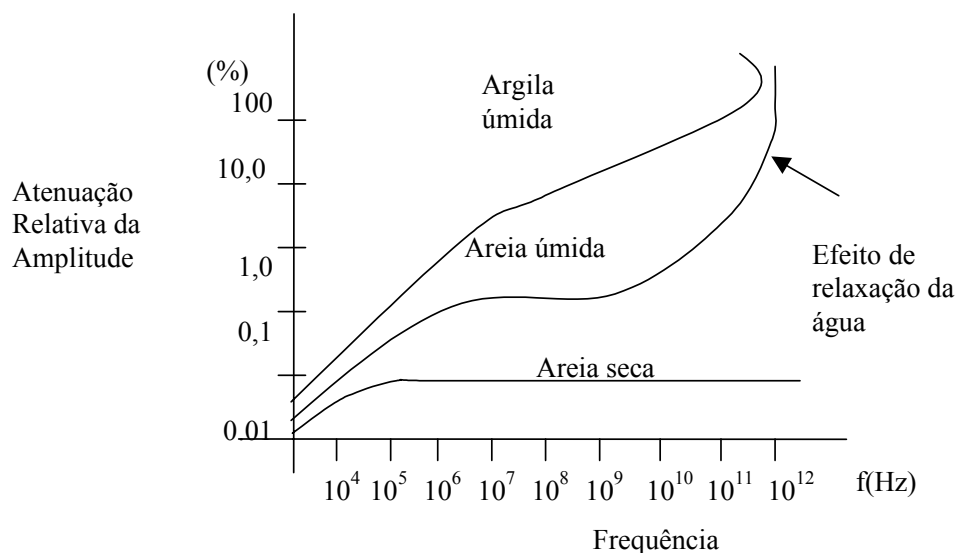


Figura 2.13 - Representação da atenuação sofrida pela amplitude do sinal em função da frequência e do tipo de solo. Nas frequências abaixo de 1 MHz, a atenuação deve-se primordialmente à condutividade elétrica; nas altas frequências (acima de 1000 MHz), a água é a grande absorvedora de energia das OEMs (Annan & Davis 1989).

A aplicação dessa relação, para meios geológicos situados nos extremos opostos das propriedades eletromagnéticas (como o granito e o folhelho), permite analisar como se comporta a OEM nesses meios .

Um granito com $\rho = 10^5 \text{ Ohms.m}$, $\varepsilon = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ F/m}$ e $\mu = 12,56 \times 10^{-7} \text{ H/m}$ permite calcular o valor do número de onda para uma frequência típica de georradar ($f = 100 \text{ MHz}$): $\kappa^2 = 7,896 \cdot 10^{-3} \cdot i - 79,376$. Nesse caso, vê-se claramente que a parte ondulatória do número de onda é aproximadamente 10.000 vezes menor do que a parte exponencial. Portanto, o termo que causa o decrescimento exponencial e que matematicamente é a parte real é dominante no número de onda.

Da mesma forma, para a rocha tipo folhelho, onde: $\rho = 10 \text{ Ohms.m}$, $\varepsilon = 10^{-6} \text{ F/m}$ e $\mu = 12,56 \times 10^{-7} \text{ H/m}$, na mesma frequência de 100 MHz, obtém-se:

$$\kappa^2 = 78,957 \cdot i - 4,961 \times 10^5. \quad (2.121)$$

No caso do folhelho, o termo dominante também é a parte real do número de onda, ou seja, a parte exponencial decrescente é mais de 6.000 vezes maior que a parte ondulatória.

A partir da equação 2.93 pode-se verificar que, com uma frequência maior mas também típica de georradar (1000 MHz), os valores de κ^2 serão ainda muito mais influenciados pela parte real. Portanto, pode-se desprezar a parte imaginária e escrever:

$$\kappa^2 \approx \left| -\varepsilon \cdot \mu \cdot \omega^2 \right| \quad (2.122)$$

Para minerais ferrosos (magnetita, pirrotita, ilmenita, hematita e pirita), o número de onda assume valores mais elevados, pois a permeabilidade magnética (μ) desses minerais é mais alta do que dos demais. Isso significa uma maior atenuação sofrida pelas OEM ao atravessarem esses meios.

As microondas geradas pelo georradar devem atravessar e/ou serem refletidas pelo meio geológico, de modo que suas características (energia transmitida, amplitude de campo elétrico, etc) devem ser mantidas num valor detectável pelo receptor após percorrerem toda a trajetória da onda, desde a fonte até a antena receptora. Assim, o sinal elétrico transmitido deve ter uma energia adequada, que, mesmo que atravesse o meio geológico, deverá continuar sendo percebido pelo receptor. Portanto, um fator que influencia na propagação é a **energia da fonte**. À medida que a profundidade de investigação aumenta, a potência deve ser aumentada para que continue a penetração das OEMs. Além disso, uma baixa **sensibilidade do receptor** poderá não perceber sinais fracos. Pode ser verificado, nas figuras 2.14 e 2.15, que existe um aumento da atenuação do sinal eletromagnético, à medida em que a profundidade aumenta. Isto é, tanto a potência imprimida pela fonte à onda, como a amplitude da onda sofrem um aumento na atenuação à medida em que a onda avança na profundidade.

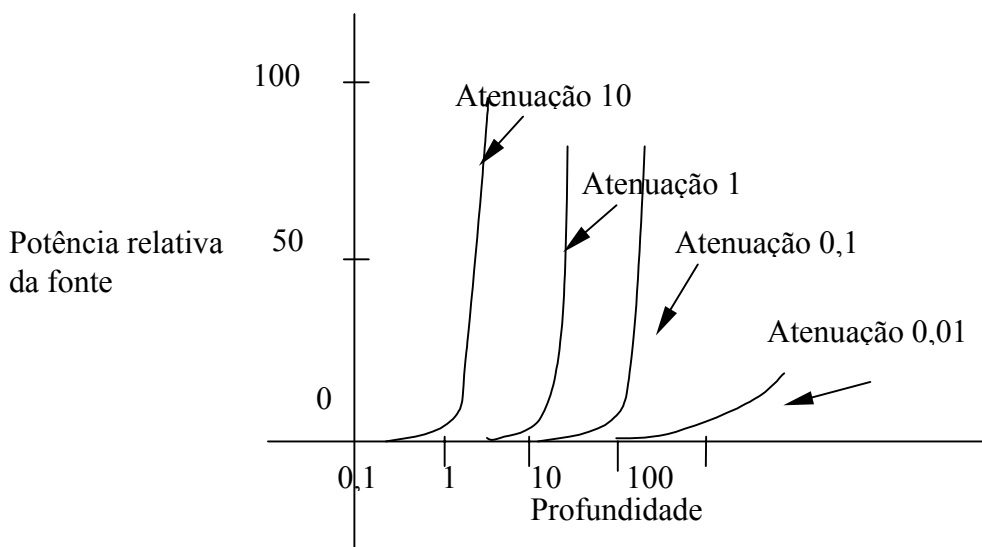


Figura.2.14- Representação da atenuação (db/m) em relação à potência relativa da fonte e à profundidade. (Annan & Davis 1989).

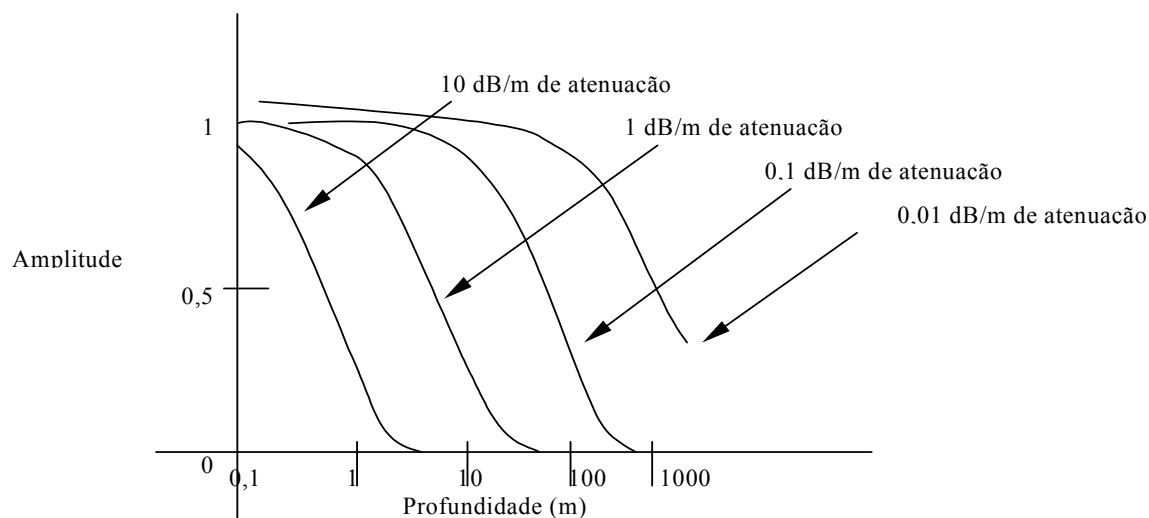


Figura 2.15 - Representação da amplitude do sinal em função da profundidade para diferentes atenuações (dB/m). (Annan & Davis 1989).

O **tamanho e o tipo da antena** também influenciam no rendimento do georradar. Tanto no emissor, como no receptor, a antena desempenha um papel fundamental de facilitar ou não a transmissão e a recepção do sinal, ou OEM. Assim, antenas tipo dipolo de meia onda tem um rendimento muito baixo em relação a um alimentador tipo corneta, cuja

direcionalidade é das mais alta que se conhece. Isso gera um ganho de sinal substancialmente maior que o da antena dipolar de meia onda.

Capítulo 3

SIMULAÇÃO DE OEMs USANDO O MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO (FDTD)

Existe uma longa lista de métodos resolutivos para Equações Diferenciais Parciais. Esse capítulo é dedicado a revisão de alguns dos métodos mais citados na bibliografia, os quais resolvem numericamente essas equações, com boa aproximação, já que a solução analítica é possível apenas, para raros casos especiais (Scarborough, 1962). É desnecessário dizer que todos esses métodos são inferiores ao método da separação de variáveis, mas eles dão soluções aproximadas a problemas nos quais as variáveis não podem ser separadas (Scarborough, 1962).

3.1 Os métodos iterativos

Os métodos de iterativos, aplicados a problemas de contorno, consistem em transformar a equação diferencial do problema em uma equação de diferenças, resolvida, por processos iterativos. A denominação de métodos iterativos é incorreta, porque todas as técnicas de obtenção de autovalores são essencialmente iterativas. Nos métodos iterativos, os autovalores são encontrados por uma técnica que é primariamente relacionada com a determinação de um autovetor ou de diversos autovetores (Wilkinson, 1995).

Considere por exemplo, a equação de Laplace em três dimensões, com condições de contorno dadas. Cobre-se um volume com uma “malha” (grade, rede) de cubos de aresta h , preenchendo todo o volume limitado pelo contorno. Os valores da função no interior da malha são desconhecidos. Porém, para começar o processo, usa-se algum critério matemático como, por exemplo, a média aritmética entre os valores dos pontos da rede correspondentes no contorno. Isso é, são valores grosseiros, que se usa apenas para iniciar as iterações e, a partir de então, calcula-se, por meio da fórmula

$$\varphi(x,y,z) = 1/6[\varphi(x+h,y,z)+\varphi(x,y+h,z)+\varphi(x,y,z+h)+\varphi(x-h,y,z)+\varphi(x,y-h,z)+\varphi(x,y,z-h)] \quad (3.1)$$

um novo valor melhorado da função naquele ponto. Assim, é feito para o ponto seguinte na malha de pontos e, sucessivamente, até que estejam calculados todos os pontos no interior da

malha. Esse processo é repetido tantas vezes quanto ele possa melhorar os valores da função. Valores melhorados da função são usados na fórmula, tão logo eles estejam disponibilizados através do cálculo. É também desejável começar o processo com uma malha de poucos pontos e, depois, ir aumentando o número de pontos, usando uma malha mais fina, até que o processo de iteração não gere valores diferentes para a função em um dado ponto (Scarborough, 1962).

No caso da equação diferencial de segunda ordem, o processo é repetido, calculando-se, os valores tomados a partir das primeiras diferenças obtidas anteriormente. Portanto, o conjunto de pontos da malha são determinados pela equação diferencial dada e pelo conjunto de valores de contorno dados.

3.2 Método de Relaxação

Para resolver, por exemplo, a equação diferencial de Laplace pelo método de Relaxação, divide-se a região em uma malha de quadrados e, dados os valores da função na fronteira, calcula-se, estima-se ou determina-se valores para a função em todos os pontos no interior da malha. O próximo passo é calcular os residuais Q em todos os pontos no interior da malha por meio da equação

$$Q_o = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 - 4u_o \quad (3.2)$$

onde Q_o é o residual ou discrepância no ponto u_o da rede e com

$$u_o = 1/4(u_1 + u_2 + u_3 + u_4) \quad (3.3)$$

O objetivo do processo de relaxação é reduzir todos os residuais a zero, ou tão próximo a ele quanto possível, pela alteração continuada (relaxação) dos valores da função no interior da rede de pontos (Scarborough, 1962).

Quando os valores da função u são alterados na rede de pontos, os valores dos residuais nas adjacências do ponto devem ser alterados exatamente pela mesma quantidade. Dessa maneira, o residual em um dado ponto deve mudar 4 vezes a variação na função naquele ponto. Esse fato tornar-se-á claro considerando a equação 3.2 acima. Assim, fica evidente que, quando qualquer valor do funcional é alterado (relaxado), os residuais dos pontos interiores adjacentes devem ser alterados por uma igual quantidade.

Erros são fáceis de ocorrer na hora da programação. Dessa forma, ao usar esse método, deve-se ter muito cuidado para montar as correções em um dado ponto antes de ir para o ponto seguinte (Scarborough, 1962).

3.3 Método de Garlekin

Segundo Weather (1978), o método consiste em encontrar uma aproximação de uma função chamada de função de Garlekin de uma série de produtos de um coeficiente pelos elementos da base (também chamados de funções tentativa). Nos problemas dependentes do tempo, os coeficientes são funções desconhecidas do tempo, enquanto que os elementos da base são funções somente das variáveis de espaço. Essa idéia foi proposta por Garlekin em 1915 e o método trabalha bem para soluções aproximadas de problemas de vibrações e problemas de eletrodinâmica.

Segundo Harrington & Sarkar (1983), esse método é uma técnica projetiva para a solução de uma equação com operadores. O método obtém uma projeção da equação original de uma dimensão, função espacial dimensional infinita, dentro de um subespaço dimensional finito. Nesse método, parte-se da suposição de que a função f desconhecida pode ser aproximada por um conjunto de funções de expansão conhecida como:

$$f(z) \approx f_N(z) = \sum a_i \varphi_i, \quad (3.4)$$

com $i = 1, \dots, N$, onde os a_i são coeficientes desconhecidos e independentes de z . Supõe-se que as funções φ_i são linearmente independentes e satisfazem as condições de contorno em L . Se um particular conjunto de φ_i não satisfizer as condições de contorno, então, vínculos adicionais no domínio de L serão necessários.

Substituindo-se a relação acima na equação geral $Lf = g$, obtém-se:

$$Lf \approx Lf_N(z) = \sum a_i L\varphi_i = g_N, \text{ com } i = 1, \dots, N. \quad (3.5)$$

O erro R obtido na aproximação será:

$$R = g_N - g = Lf_n - g = \sum L\varphi_i - g, \text{ com } i = 1, \dots, N \quad (3.6)$$

O produto interno de R em relação a cada membro de um conjunto de funções peso $\{\varphi_j\}$ é o conjunto nulo:

$$\langle R, \varphi_j \rangle = \langle g_N - g, \varphi_j \rangle = 0, \text{ com } j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.7)$$

Essas são as equações finais no método dos momentos para determinar as constantes a_i na equação 3.4 acima. Essa técnica também é conhecida como método Petrov-Garlekin, ou

método dos pesos residuais, porque os resíduos ponderados $\langle R, \psi_j \rangle$ são conjuntos iguais a zero. Quando as funções ponderadas ψ_j são escolhidas e iguais a φ_j , a especialização é chamada de método de Bubnov-Garlekin. O método de Garlekin é derivado do princípio do trabalho virtual. Quando $\psi_j = L\varphi_j$, o método dos momentos reduz-se ao método dos mínimos quadrados (Weather, 1978). Esse método está atualmente sendo usado para o desenho de antenas, quando a malha é ortogonal.

3.4 Método de Rayleigh-Ritz

Nesse método, supõe-se que a solução possa ser representada por uma combinação linear de funções simples e fáceis de calcular, cada uma das quais satisfazendo as condições de contorno. Depois do problema ter sido formulado como uma integral definida da soma algébrica de duas ou mais formas quadráticas definidas positivas e homogêneas, ou como o quociente de duas integrais, a função incógnita desejada é substituída na integral pela suposta combinação linear. Então, a integral, ou o quociente de integrais é minimizado em relação a cada uma das constantes arbitrárias que ocorrem na combinação linear (Scarborough, 1962).

Esse método é curto e direto se forem aceitos resultados aproximados; mas, se forem necessários resultados de grande acurácia, o método se torna bastante laborioso para a programação das rotinas de cálculo. O trabalho envolvido é principalmente em longas e massantes manipulações algébricas (Scarborough, 1962).

Uma forma simples e especial de aplicação desse método foi dada pela primeira vez por Lord Rayleigh para encontrar o período da vibração fundamental de um corpo elástico. Foi estendido, generalizado e provada sua convergência por W. Ritz (Scarborough, 1962).

3.5 Comentário geral sobre os métodos anteriores

Os métodos das iterações e o método de relaxação são usados para resolver equações diferenciais parciais com condições de contorno. Conforme Scarborough (1962), eles são de uma mesma precisão; porém, atingem a solução desejada por diferentes processos de cálculo. As principais características de ambos os métodos são:

- 1) ambos os métodos exigem que a região limitada seja dividida num espaço de quadrados e/ou outros polígonos similares;

- 2) ambos os métodos requerem que os valores de contorno sejam dados e que os valores da função sejam calculados, estimados ou pré estabelecidos para todos os pontos do interior da malha;
- 3) para iniciarem-se os cálculos, o método de iteração supõe que um valor do funcional, em qualquer ponto da malha, satisfaça a equação diferencial dada, seja ela de Poisson, Laplace etc, e dessa; foma, deriva a relação que deve existir entre o valor daquele funcional e o valor do funcional adjacente. O processo de iteração é então aplicado até que a requerida relação seja satisfeita;
- 4) o método de relaxação, por outro lado, reconhece já na partida, que um dado valor do funcional não satisfaz a equação diferencial dada, em algum ponto da malha e que haverá um residual naquele ponto. Os resíduos são calculados para todos os pontos, antes que o processo de relaxação tenha começado;
- 5) o método de iteração começa no canto superior esquerdo da rede de pontos e processa-se corrigindo todos os valores da função nos pontos por meios de fórmulas de médias (no caso da equação de Lapalce), usando o último valor calculado disponível. O processo é levado a efeito em uma ordem definida e sistemática da esquerda para a direita, justamente como ler as linhas consecutivas de uma página de livro. Esse método de corrigir o valor da função no ponto da malha continua até que nenhum valor melhor possa ser encontrado no processo de iteração;
- 6) o método de relaxação requer que os resíduos de cada ponto do interior da malha sejam calculados pela equação 3.2 anterior. Então, esse residuais são reduzidos a zero, ou próximos a isso, tão rapidamente quanto possível, alternando ou relaxando os valores dos pontos de rede para qualquer área que pareça recomendável. Deve-se, no entanto, observar que o incremento da função deve ter o mesmo sinal que do residual naquele ponto e deve-se ser cuidadoso ao corrigir todos os residuais afetados de acordo com as fórmulas

$$\Delta Q_m = -4\Delta m \text{ e} \quad (3.8)$$

$$\Delta Q_l = \Delta m. \quad (3.9)$$

Os valores revisados da função deveriam ser gravados no tempo da alternção. O processo de relaxação pode começar em qualquer ponto do interior da malha e saltar por todos os outros pontos no interior da região. Usualmente, começa-se pelo residual numericamente maior e, daí, processa-se o próximo maior valor, seja qual for o lugar onde ele possa ser encontrado. Devido à maneira perfeitamente arbitrária nas quais as relaxações são

feitas, o processo de relaxação não pode ser executado em um computador. O cálculo deve ser manual justamente porque a regra do ajuste é um dispositivo manual.

7) o processo de iteração é lento, seguro e freqüentemente longo. O processo de relaxação é mais rápido, menos certo e usualmente curto. A convergência por ambos os métodos é rápida no início, mas se torna vagarosa em ambos no decorrer da aplicação dos métodos antes mesmo de chegar ao fim;

8) as operações aritméticas são mais fáceis e mais curtas no método de relaxação. O esforço mental necessário para evitar erros é, contudo, muito maior do que com o método de iteração;

9) a grande desvantagem do método de iteração é a sua extensão; a grande desvantagem do método da relaxação é a facilidade que se tem para errar no momento de calcular. O erro pode ser eliminado pelo cuidado e incessante vigilância quando se faz o programa de computador;

10) erros de cálculo no método de iteração são imediatamente percebidos e são auto-corrigidos. No método de relaxação, qualquer erro no valor do funcional permanece escondido e pode ser trazido a luz somente aplicando a equação 3.2.

Por essa razão, todos os valores dos pontos interiores da malha deveriam ser testados com a equação 3.2 diversas vezes durante todo o transcorrer do programa. Tal checagem toma tempo e mantém o processo de relaxação curto;

11) nos processos de iteração, a atenção deve ser sempre fixada no valor do funcional na rede de pontos; no processo de relaxação, a atenção volta-se para os residuais naqueles pontos. Quando o calculador descobre que um erro ocorreu em algum ponto da solução da relaxação, ele não deveria passar muito tempo procurando por sua origem. Em lugar disso, ele deveria calcular todos os residuais pela equação 3.2 e continuar a solução com os novos residuais. O calculador deveria resolver um problema semelhante e pequeno tanto para iteração como para a relaxação. Então, ele poderia decidir qual o método preferível nesse caso.

O método de Rayleigh-Ritz é valiosíssimo por tratar problemas de equilíbrio e vibrações elásticas. Ele não requer uma equação diferencial para dar a partida, mas requer que o problema físico seja redutível a uma integral definida de uma soma, de uma diferença, ou de um quociente de duas ou mais formas quadráticas definidas, positivas e homogêneas. O método constitui um modo fácil de se encontrar uma boa aproximação para calcular o período natural de vibração de um corpo elástico, deflexões de uma membrana, etc. A principal desvantagem do método é o trabalhoso algebrismo necessário para se obter resultados de alta precisão (Scarborough, 1962).

É fácil estimar a precisão dos resultados obtidos pelos métodos de iteração e relaxação. Porém, não é o caso no método de Rayleigh-Ritz. Não existe uma fórmula conhecida para estimar o erro nesse método (Scarborough, 1962).

Finalmente, deve ser imaginado que nem todos os métodos podem ser aplicados a um dado problema de onda eletromagnética. Para usar os métodos de iteração e relaxação, o problema deve ser posto sob forma de uma equação diferencial e essa deve, então, ser convertida numa equação parcial de diferenças. O método de Rayleigh-Ritz resultará numa solução aproximada do problema sem necessitar de uma equação diferencial, como é feito no caso de cordas e membranas vibrantes. Em problemas onde todos os três métodos são aplicáveis, o método de Rayleigh-Ritz seria a última escolha (Scarborough, 1962).

3.6 O Método do Raio

O Método do Raio, ou **Teoria do Raio** é um dos primeiros métodos resolutivos utilizado pela sismica. Segundo Aki & Richards (1980), o método pode ser considerado como uma coleção de aproximações e idéias intuitivas verificáveis. Pelo Método do Raio, obtém-se, por exemplo, soluções aproximadas para distorções de imagens devido às amplitudes das ondas, análogo às distorções exibidas na focalização ou desfocagem dos raios de luz ao penetrarem em meios com índices de refração variável. Essa solução aproximada, chamada de **solução do raio geométrico**, fornece um guia para outros métodos mais sofisticados, necessários no caso a ser estudado (Aki & Richards, 1980).

Para trabalhar com esse método deverá ser necessário ter bons conhecimento das propriedades das ondas em meios homogêneos e suas soluções. Ainda, é mister bons conhecimentos de soluções aproximadas para ondas em meios não-homogêneos. As frentes de onda são consideradas como descontinuidades propagantes de algumas das variáveis físicas de interesse, como por exemplo: a condutividade e a permissividade elétrica, para campos próximos ou campos distantes das fontes. Nessa condição, a palavra descontinuidade tem o significado de descontinuidade da variável ou de suas derivadas (Aki & Richards, 1980).

As ondas, viajam com velocidade de propagação específica num certo meio ao longo da “trajetória do raio” determinado pela lei de Snell.

Eles chegam com uma amplitude de acordo com o espalhamento sofrido pelo raio na trajetória entre a fonte e o receptor (Aki & Richards, 1980). Além disso, o raio segue o

princípio de Fermat, o qual estabelece que o tempo de percurso que o raio faz entre dois pontos A e B é estacionário.

O método do raio, considerando certas aproximações, é rápido e eficiente. Porém, os métodos numéricos aplicados às ondas são mais acurados, embora com um maior complexidade computacional.

Um modelo de parametrização do método do raio usado por Cai e McMechan (in Zeng *et al.*, 1995) é uma seqüência de camadas com contornos de formas arbitrárias e, dentro de cada camada, a permissividade dielétrica ϵ e o coeficiente de atenuação exponencial (α) são constantes (Figura 3.3a). A estrutura é suposta ser invariante na direção normal ao modelo (Zeng *et al.*, 1995).

O Método do Raio consiste de traçar raios usando a lei de Snell para obter os tempos de reflexão, seguidos dos cálculos das amplitudes. Para tanto, usa-se a teoria do raio assintótico de ordem zero. Arcos do raio são iniciados em pontos igualmente espaçados ao longo de cada refletor e arcos são traçados através da superposição das camadas da superfície da Terra; o ângulo de partida de cada raio é perpendicular ao refletor (Figura 3.3b). Os tempos de transcurso são calculados a partir da integração ao longo de cada caminho do raio (Zeng *et al.*, 1995).

A amplitude (A) associada com cada raio é a combinação de oito elementos: a fonte de amplitude (S); termos de diretividade do receptor e da fonte (D_S e D_R) para um padrão de radiação de um dipolo elétrico horizontal; coeficientes de reflexão da onda plana (R) e de transmissão (T); espalhamento geométrico no plano (G_i) e fora dele (G_o); e a atenuação exponencial. No sistema de trabalho da Teoria do Raio assintótico de ordem zero, tem-se:

$$A = \frac{SD_S D_R R}{G_i G_o} \prod_j T_j e^{-\alpha_j l_j} \quad (3.10)$$

onde α_j e l_j são os segmentos de reta do raio e o coeficiente de atenuação para o j -ésimo segmento de reta do raio, respectivamente (Zeng *et al.*, 1995).

Um traço sintético pode ser calculado por qualquer localização de pesquisa de superfície por interpolação entre os tempos e as amplitudes para os raios disponíveis (Figura 3.3c). Deslocamentos de fase associados com feições cársticas devem ser inseridas quando raios adjacentes atravessam cada uma delas (Figuras 3.3b e 3.3c). A função de tempo usada é um pacote de ondas de Ricker. As respostas do GPR são fortes funções da freqüência e da atenuação (Zeng *et al.*, 1995).

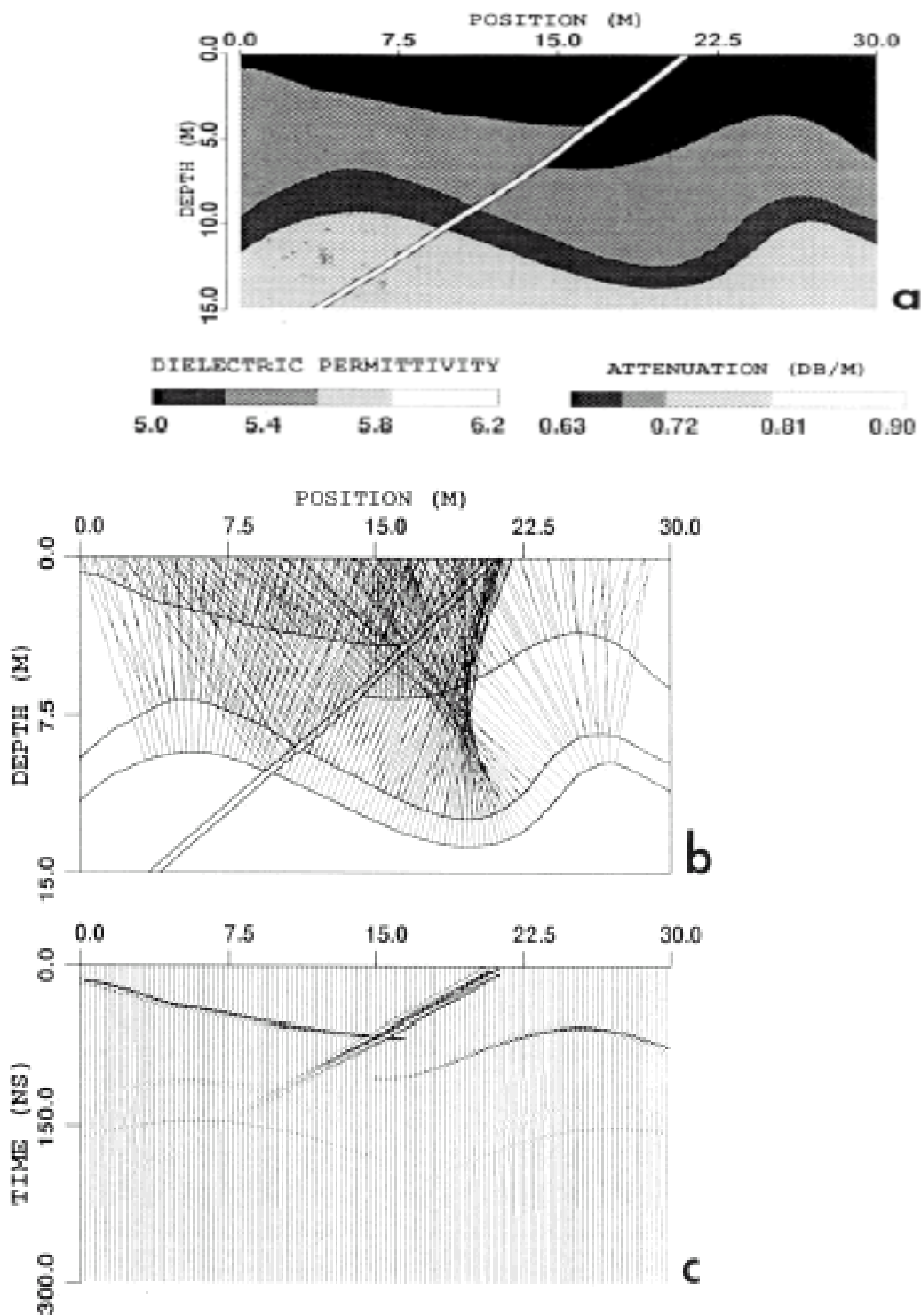


Figura 3.1. Perfil de GPR sintético baseado no Método do Raio. As amplitudes e os tempos de percurso para os raios (b) no modelo (a) são interpolados para a construção do perfil sintético (c). O pacote de ondas da fonte tem a frequência dominante em 100MHz (Zeng *et al.*, 1995).

3.7 Uma breve cronologia dos métodos das diferenças finitas

Segundo Cook (1997), os astrônomos chineses, por volta do ano 100 da nossa era, desenvolveram um sofisticado método de interpolação para manter a teoria da astronomia em harmonia com as observações astronômicas de, por exemplo, eclipses. O primeiro desses métodos, desenvolvido no século VI DC, envolve essencialmente interpolação quadrática para determinar o intervalo de tempo percorrido por um ponto para perfazer uma determinada distância; por exemplo: entre o sol e alguma estrela tomada como ponto fixo, usualmente no equinócio de verão-inverno. Entretanto, os incrementos sucessivos seriam todos iguais como se o Sol se movesse uniformemente. Na verdade, os incrementos diferem um do outro por uma grande diferença, que não pode ser explicada por erros de observação. Em outras palavras, uma função linear não poderia descrever esse movimento por interpolação (Cook, 1997).

A segunda diferença, contudo, é a diferença entre incrementos sucessivos e os erros são muito menores porque uma função quadrática pode ajustar muito melhor os dados e as discrepâncias, as quais poderiam ser atribuídas a erros observacionais. Assim, as segundas diferenças são tomadas como a base do sistema de cálculo para prever a posição do Sol (Cook, 1997). O problema matemático aparece quando existe a necessidade de se reconstruir valores que dependam do tempo, a partir de sua segunda diferença. Assim, deve-se conhecer, além do valor inicial, a diferença inicial (Cook, 1997). Esse método foi empregado no ano 600 da era Cristã para criar o Calendário Imperial Padrão da China (Cook, 1997).

Durante a dinastia Yuan, foi erigida uma torre de cerca de 12 metros de altura na capital da província e também um canal construído para ser um nível perfeito, estendido de norte a sul e conhecido como “escala para medir o céu”. O canal, cheio d’água, possibilitava a medição do comprimento da sombra da torre com grande exatidão. À medida que as observações melhoravam, uma técnica numérica mais sofisticada também era desenvolvida, envolvendo diferenças de terceira ordem e a substituição de discrepâncias acumuladas entre observações e interpolações lineares, por uma discrepância diária média. Essa técnica foi usada pelo astrônomo e matemático Guo Shojing e outros para produzir o “Calendário dos Dias de Trabalho” já no século XIII (Cook, 1997).

O desenvolvimento da sistemática da teoria das diferenças finitas está, com toda a certeza, ligado aos problemas resolvidos pelos matemáticos chineses daquela época, nos quais o problema básico é a reconstrução de uma função a partir de suas diferenças de uma dada ordem, mais um certo número de valores iniciais da função e das diferenças de ordem mais

baixas. Isso também está ligado às investigações das projeções e das séries durante o século XIII e XIV da nossa Era (Cook, 1997).

Os primeiros desenvolvimentos no ocidente relacionados com os processos de interpolação começaram em 1655 com a quadratura do círculo de Wallis, seguido pela derivação das séries binomiais de Newton em 1676, até o desenvolvimento das fórmulas práticas de interpolação.

As diferenças finitas são, às vezes, chamadas de cálculo de somas e diferenças. A letra grega maiúscula Δ , para representar diferenças, foi usada pela primeira vez, por Juan Bernoulli em 1706. Para a soma, Euler, em 1755, usou a letra grega maiúscula Σ (Bell, 1992).

O estudo das equações diferenciais e suas soluções pode, segundo Bell (1992), ser dividida em cinco fases. A primeira iniciou-se com Leibnitz entre 1690 e 1700 e terminou em 1770. A segunda fase começou com Cauchy por volta de 1830, quando ele criou os primeiros teoremas sobre existência e durou cerca de quarenta anos. A terceira começou entre 1870 e 1890 quando Lie, um matemático norueguês, propôs a teoria dos grupos contínuos para as equações diferenciais e, em particular, a teoria da dinâmica de Hamilton–Jacobi. Essa terceira fase terminaria por volta de 1900. A quarta fase inicia-se entre 1880 e 1890 com a obra do francês Piccard, que constrói, para as equações diferenciais lineares, o equivalente na teoria de Galois da equações algébricas. A quinta fase começa entre 1930 e 1940 com o desenvolvimento da Álgebra Abstrata.

Dentro da primeira fase, entre 1715 e 1717, é que foram desenvolvidas por Taylor, na sua obra *Methodus*, as técnicas de diferenças finitas. Porém, segundo alguns matemáticos, a evolução das diferenças finitas passa por duas etapas. A primeira que começa com Newton entre 1680 e 1690 até Poincaré de 1880 a 1890 e a segunda etapa de Poincaré em diante (Bell, 1992). A primeira fase pode-se separar em dois períodos; o primeiro começa em 1680-1690 e termina entre 1820-1830 e o segundo período vai de 1820-1830 até 1880-1890. Antes dessa data, apareceram alguns algoritmos simbólicos e também apareceu a álgebra de Boole em 1860. A história das fórmulas de interpolação é complicada e muito discutida (Bell, 1992).

“...Na história da ciência, os nomes das fórmulas não coincidem com seus descobridores. Assim, a fórmula de interpolação de Newton foi descoberta por Gregor em 1670 e as de Gauss, Stirling e Bessel, são, na realidade, de Newton. A fórmula de Lagrange (1795) é de Waring (1779) redescoberta por Euler “... (Sadosky, 1967).

Outra fonte principal do cálculo das diferenças (Δ) e das somas ou somatórios (Σ) foi a análise combinatória e a teoria das probabilidades nas fórmulas de Laplace do século XVIII.

Os números e os polinômios de Euler e Bernoulli foram importantes na construção das diferenças Δ e somas Σ , especialmente em relação às fórmulas de somatório (Σ) de Euler de 1730 e de MacLaurin de 1742. Cauchy, em 1825, criou a teoria das variáveis complexas e fez possível a análise satisfatória dessas equações, sessenta anos mais tarde (Bell, 1992).

A equação

$$u(x+1) - u(x) = \phi(x) \quad (3.11)$$

onde $\phi(x)$ é um polinômio, foi devidamente estudada por Guichard, um matemático francês que, em 1887, ofereceu a primeira teoria completa de uma equação entre diferenças para toda a $\phi(x)$ analítica (Bell, 1992).

Em 1885, Poicaré iniciou a teoria das soluções assintóticas, análogas à solução das equações diferenciais. Galbrun, entre 1909 e 1913, continuou com as soluções assintóticas para grandes valores das variáveis (Bell, 1992). Em 1902, Gans estendeu o método descoberto por Runge de resolver equações diferenciais ordinárias para equações diferenciais parciais, onde são dadas as condições iniciais.

Após 1911, Birkoff publicou artigo sobre sistemas lineares homogêneos entre diferenças em que fez uso de matrizes e Carmichael publicou sobre soluções analíticas das equações lineares entre diferenças, generalizando, assim, o uso da análise fatorial, também utilizadas desde Newton até Weierstrass (Bell, 1992).

L. F. Richardson, em 1910, criou o método de resolver equações diferenciais, substituindo-as por equações de diferenças e resolvendo-as posteriormente por um processo de iteração. O método de Richardson foi aperfeiçoado por H. Liebmann em 1918 e ainda melhorado por Shortley e Weller em 1938. Em 1923, Willers estendeu o método melhorado de Runge-Kutta de resolver equações diferenciais parciais com uma condição inicial dada (Scarborough, 1962).

Em 1946, R.V. Southwell criou o método de relaxação em sua obra *Relaxation Methods in Theoretical Physics* (Scarborough, 1962). Em 1950, Richardson descreveu um processo que pode ser usado para encontrar os autovetores de um problema de contorno, quando forem conhecidas boas aproximações de seus autovalores (Wilkinson, 1965).

Em 1966, Kane Yee desenvolveu as bases para resolver as equações de Maxwell numa primeira malha espacial, através da técnica numérica de diferenças finitas no domínio do tempo. O método de Yee (1966) substituiu as derivadas espaciais dos operadores rotacionais por diferenças finitas em um entrelaçado de duas malhas, num espaço cartesiano para campos

elétricos e magnéticos; foi empregada uma integração simples no tempo, de segunda ordem, tipo *leapfrog* (Taflove, 1995).

Dez anos mais tarde, após a publicação dos trabalhos de Yee, Taflove & Brodwin (1995) lançaram um critério correto de estabilidade numérica, para o algoritmo de Yee. Em 1980, Taflove cunhou o acrônimo FDTD e publicou o primeiro modelo tridimensional validado de penetração de onda eletromagnética em uma cavidade metálica. Em 1981, Mur produziu as primeiras condições de contorno (bordas absorventes) precisas e numericamente estáveis. Um ano depois, novamente Taflove juntamente com Unshankar publicaram o primeiro modelo de espalhamento para o cálculo em FDTD em campo de ondas eletromagnéticas próximo à antena (Taflove, 1995).

Em 1988, Sullivan e outros publicaram o primeiro modelo tridimensional em FDTD para a absorção de ondas eletromagnéticas pelo corpo humano (Taflove, 1995).

Em 1990, foram introduzidas as malhas não estruturadas ou parcialmente não estruturadas por Cangellaris, Shancar, Madsen e Ziolkowski. Também foram introduzidos os modelos de FDTD com permissividade dielétrica dependente da frequência, por vários pesquisadores (Taflove, 1995).

Os artigos que utilizam o método de FDTD em ondas eletromagnéticas multiplicaram-se a partir dos trabalhos de Taflove, a ponto de existir hoje na Internet um *site* chamado www.fDTD.org, que publica uma grande parte das dissertações, teses e trabalhos acadêmicos de pesquisadores de todo o mundo, somente sobre o método FDTD. Outras técnicas numéricas também avançaram e hoje há uma quantidade imensa de informação, na área da matemática, sobre os métodos numéricos.

3.8 O método das diferenças finitas

O método das diferenças finitas consiste em, ao invés de resolver o Problema do Valor de Contorno (PVC), resolver um sistema equivalente de equações algébricas. Portanto, tudo o que se fará no capítulo seguinte será a modificação de um programa de computador (Fernandes, *et al.*, 2001) que resolve um sistema de seis equações algébricas iteradas para uma malha espacial (*grid*) de cerca de um milhão de pontos ou nós. Esses pontos formam o domínio onde o modelo simulado terá validade para um determinado intervalo de tempo.

A exatidão pela qual se determina o valor das aproximações, no método das diferenças finitas, depende da ordem dessas aproximações. Pode-se usar aproximações de primeira, segunda, ou ordens superiores. Assim, aproximações de primeira ordem são boas quando a

velocidade da onda é alta e a frente de onda se propaga como um pulso unidimensional. Já, aproximações de segunda ordem são melhor aplicadas para espalhamentos tridimensionais, isso é, com distribuição esférica, tipo difusão. É apropriado aplicar diferenças finitas de ordem dois ou superior na variável tempo, porque, na velocidade da luz, qualquer erro no cálculo do tempo acarreta grandes erros nos campos elétricos das ondas ao serem refletidas pelo meio geológico. Por essa razão, escolheu-se aproximações de segunda ordem.

O método tem uma ampla aplicação em uma série de problemas. O domínio em que se desenvolverá o método de FDTD é o do espaço euclidiano, cartesiano tri-ortogonal. O presente estudo usa o método FDTD discretizando o domínio espacial de tal forma que o espaço fica dividido em uma série de cubos, todos iguais, aos quais chamaremos de *células*. Cada célula será tão pequena quanto possível, porque quanto menor a célula, maior a aproximação da solução exata; isso é, mais nos aproximamos do valor real da função naquele ponto. Entretanto, a diminuição do tamanho da célula gera um aumento no número de pontos a serem calculado na matriz criada na memória do computador. Com isso, o fator limitante passa a ser a memória do computador em que se desenvolve o método. Com essa situação, cria-se um compromisso entre o número de células possíveis e o tamanho das células, uma vez que o espaço ao qual será aplicado o método é limitado pelo tamanho da memória do computador. Por outro lado, o tamanho da célula dependerá do tamanho do objeto a ser investigado e/ou da frequência a ser usada. De outra forma, a onda deve ter um número mínimo de pontos para ser bem representada e ter comprimento de onda menor do que a menor dimensão do objeto.

Como essa pesquisa se limita a frequências de 1,0 GHz, a aresta do cubo poderá ter valores previamente ajustados próximos de 0,005 m, gerando tamanhos de células perfeitamente compatíveis com o problema de estruturas geológicas a serem investigadas menores que 0,15 m de diâmetro; em outras palavras, o programa foi ajustado para gerar uma malha que pode ter resolução menor que 15 cm. A razão disso é que, para recuperar todas as componentes de Fourier de uma forma de onda periódica, é necessário que o intervalo de amostragem seja menor do que a metade do período da componente da frequência mais alta do sinal que está sendo amostrado. Isso é, um sinal, para ser reconstruído completamente, deve ser amostrado numa certa taxa. Um sinal amostrado a essa taxa é dito ser amostrado por Nyquist, ou também chamada **frequência de Nyquist**. Nenhuma informação é perdida se um sinal é amostrado na frequência de Nyquist e nenhuma informação adicional é necessária.

Uma onda eletromagnética pode ser representada pelas equações diferenciais parciais de segunda ordem no espaço e no tempo dos vetores \vec{E} (Campo Elétrico) e \vec{H} (Campo Magnético). Essas equações diferenciais parciais de 2ª ordem, juntamente com as condições de contorno, podem ser classificadas matematicamente como o PVC.

Dividido o espaço numa “malha tridimensional ou grade”, resta encontrar as fórmulas de Diferenças Finitas para as equações diferenciais que relacionem os valores assumidos pelos campos elétricos e magnéticos de uma onda eletromagnética em um ponto com os do seu vizinho de rede mais próximo nas três direções do espaço. Esses cálculos iniciam-se pela fixação dos valores para os campos obtidos da onda emergente da antena. No contorno, utiliza-se a proposta de Mur, que usa outras equações diferenciais de segunda ordem para a região das bordas (Fernandez, 2001). Feito isso, calcula-se, por meio de um sistema de equações, o valor aproximado dos campos magnéticos e elétricos. Sucessivamente, repete-se a operação até se atingir valores aceitáveis de campo elétrico e magnético em cada ponto da malha. Nesse ponto, o processo computacional deve ser truncado, a fim de se economizar memória do computador para que os outros valores de campo, a serem calculados a seguir, possam ser armazenados. Assim, vai-se construindo a solução aproximada, de uma onda eletromagnética simulada que atravessa um ambiente geológico (leia-se domínio da função). Realiza-se, então, o que poderia se chamar de Modelamento Eletromagnético Computacional (MEC).

3.8.1 Porque usar o método FDTD

A escolha do método é inicialmente baseada na tipificação da equação na qual ele vai ser aplicado. O sistema de equações que se pretende utilizar é um sistema linear de equações diferenciais parciais de Maxwell em três dimensões. Elas tem o caráter hiperbólico. Um dos métodos numéricos mais adequados para resolvê-las é o FDTD. Assim, usou-se o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD: *Finite Differences Time Domain*), com o objetivo de testá-lo até onde ele poderia ser validado para uso em OEM com frequência da ordem de 1,0 GHz.

Em que pese o problema colocado nessa dissertação poder ser resolvido analiticamente, no caso da superposição de camadas homogêneas, utilizou-se o método de FDTD porque o objetivo posterior é a modelagem de perfis mais realísticos, em cujo domínio não se conseguem soluções analíticas. A escolha do método de FDTD deu-se, fundamentalmente, pelo fato de ser um método explícito. Isso é, pode-se calcular alguns

valores posteriores da função usando outros valores da função no instante anterior de tempo. Isso resulta, em termos de processamento computacional, numa economia de memória devido ao método ser matematicamente mais simples, mais fácil de implementar e mais rápido.

Não existe um método preferencial para o cálculo do campo elétrico e magnético que seja melhor para todas as situações. Na verdade, dependendo do tamanho da malha, o método exige uma capacidade de computação apreciável. O método de FDTD pode, fundamentalmente, ser aplicado em uma região finita do espaço e é, nesse caso, bastante interessante na região próxima da antena, assim como para meios homogêneos, embora possa ser aplicado em outras regiões. Ele também apresenta uma flexibilidade muito grande no seu uso para sinais de banda larga, bem como para mapear inhomogeneidades e não-linearidades dos materiais. Na região distante, porém, ele é aplicável; mas, em alguns problemas envolvendo OEM, outros métodos, como o método de Pseudo-Espectral de Fourier, pode exigir menor capacidade computacional. Comparativamente a outros métodos numéricos utilizados para a resolução das equações de Maxwell, o FDTD é bastante adequado, simples, fácil e os resultados são equivalentes a métodos mais complexos. É muito mais rápido de resolver através do método de FDTD do que por meio de métodos que utilizem, por exemplo, inversão de matrizes.

3.8.2 O Esquema de Convergência

O esquema de convergência é aquele em que, a solução numérica se aproxima, converge para a solução exata da equação diferencial correspondente e essa aproximação melhora à medida em que se diminui o espaçamento da malha e o intervalo de tempo se torna menor. Isso faz com que os incrementos de espaciais tendam a zero em cada uma das direções do espaço (Strikwerda, 1989).

O teorema da equivalência de Lax ou Lax-Richtmeyer garante que, se a solução numérica de uma equação diferencial parcial linear obtida usando uma aproximação por diferenças finitas consistente é estável, então, no limite, à medida em que o espaçamento da malha tende a zero, a solução numérica convergirá para a solução exata. Assim, consistência e a estabilidade asseguram convergência e vice-versa (Pozrikidis, 1998).

A convergência do método das diferenças finitas para equações diferenciais não lineares é mais difícil de avaliar, mas, experiências têm demonstrado que, se um método numérico é consistente e localmente estável, então, a solução por diferenças finitas convergirá à medida em que o tamanho da malha e o intervalo de tempo se tornam mais refinados (Pozrikidis, 1998).

Existem dois conceitos importantes ligados à convergência das diferenças finitas: i) o da estabilidade e ii) o da consistência. Em verdade, Richtmyer apresentou um teorema atribuído a Lax, o qual demonstra, para uma equação diferencial parcial, que a condição necessária e suficiente para sua convergência é que o critério de consistência seja satisfeito.

3.8.3 A consistência do método

A consistência do método das diferenças finitas pode ser avaliada pela suposição de que todas as variáveis na equação das diferenças finitas sejam funções contínuas do espaço e do tempo. Após, expande-se em série de Taylor, em torno de um número selecionado de pontos do *grid*, até um certo instante de tempo. Dessa maneira, a equação das diferenças finitas resulta numa nova equação diferencial, chamada de equação diferencial modificada. Se, no limite, quando o passo de tempo (*time step*) e o espaçamento entre os pontos da grade são reduzidos simultânea e independentemente, a equação diferencial modificada reduz-se à equação diferencial parcial original. Assim, o método das diferenças finitas é consistente, isso é, os resultados da equação das diferenças finitas aproxima-se do resultados da equação diferencial parcial com o aumento da precisão. De outra forma, se o método das diferenças finitas é consistente, a diferença entre a equação diferencial modificada e a equação diferencial parcial original envolve termos que são proporcionais às potências do tamanho da grade e do passo de tempo. Os expoentes dessas potências definem a ordem do erro numérico, ou a ordem do método das diferenças finitas (Pozrikidis, 1998).

É garantida a consistência de uma equação de diferenças finitas, para aproximar as derivadas espaciais e temporais da equação diferencial parcial, quando se aplicam fórmulas bem estabelecidas de diferenças finitas (Pozrikidis, 1998).

3.8.4 A estabilidade do método

Sob o ponto de vista genérico, se um esquema é convergente, então, à medida em que a aproximação $\Psi_{nl,m,p}$ converge para a solução exata $\phi(t,x,y,z)$ certamente $\Psi_{nl,m,p}$ de alguma maneira será limitada. Essa é a essência da estabilidade (Strikwerda, 1989). Suponha-se que a solução exata da equação de Maxwell, sujeita às condições iniciais e condições de contorno, não é crescente com o avanço do tempo, mas permanece constante ou decai para todos os pontos. É razoável exigir que a solução por diferenças finitas reproduza esse comportamento; isso é, que ela forneça uma solução limitada e livre de oscilações artificiais. Se isso acontecer,

o método das diferenças finitas é estável; caso contrário, ele é instável. Quando a solução exata da equação diferencial cresce com o tempo, o método das diferenças finitas é considerado estável se ele provê uma solução numérica que cresce a uma razão igual ou menor do que aquela da solução exata. Uma definição alternativa de estabilidade diz respeito ao comportamento da solução numérica em um dado tempo e à medida em que os passos espaciais ou temporais tornam-se cada vez menores (Pozrikidis, 1998).

A estabilidade do método das diferenças finitas é difícil de investigar e, na prática, é freqüente garantir a estabilidade pela ausência de oscilações espaciais ou temporais notáveis nos resultados dos cálculos (Pozrikidis, 1998). No presente caso de ondas eletromagnéticas, força-se a condição de que Δt tenha um limite relativo aos incrementos Δx , Δy e Δz , porque se mantém a estabilidade computacional (Yee, p.303, 1966). Isso é, estabelece-se um limite superior para os valores do incremento do tempo em relação ao espaço:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} \leq \frac{2}{\Delta t} \quad (3.12)$$

O limite superior do incremento do tempo é :

$$\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (3.13)$$

“Desnormalizando” para valores não unitários obtém-se:

$$\Delta t \leq \frac{l}{c \sqrt{\frac{l}{\Delta x^2} + \frac{l}{\Delta y^2} + \frac{l}{\Delta z^2}}} = \frac{l}{c \sqrt{3}} = \frac{\Delta}{c\sqrt{3}} \quad (3.14)$$

para uma célula cúbica: $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$.

Do ponto de vista genérico, a estabilidade do método de FDTD para as equações de Maxwell dependem, além da estabilidade do algoritmo de Yee, dos seguintes fatores:

- 1) condições de contorno
- 2) malha variável e não estruturada
- 3) meio material não linear, dispersivo e dissipativo (Taflove, 1995).

3.8.5 Análise das Ondas Eletromagnéticas representadas por FDTD

Usou-se diferenças finitas para obter soluções numéricas das Equações de Maxwell. O esquema escolhido foi o do *leap frog*, ao invés do esquema de Lax-Friedrichs, porque o ajuste desse último esquema ao pulso eletromagnético não é tão satisfatório como é o do *leap frog*

(Stikwerda, 1989). Essa técnica, introduzida por Yee (1966), escolhe uma relação geométrica para amostrar espacialmente as componentes obtidas dos vetores campo elétrico e magnético.

Para usar as Equações de Maxwell, deve-se supor inicialmente que o espaço no qual elas terão validade, não tem fontes que gerem campos elétricos, nem campos magnéticos. Usa-se, nesse caso, o sistema de unidades MKS com:

- i) \vec{E} (o vetor campo elétrico) em Volts por metro (V/m),
- ii) \vec{H} o vetor campo magnético em Ampères por metro (A/m),
- iii) \vec{B} o vetor indução magnética ou também chamado de vetor densidade de fluxo magnético em Webers por metro quadrado (Wb/m²),
- iv) \vec{D} o vetor densidade de fluxo elétrico em Coulombs por metro quadrado (C/m²),
- v) \vec{J}_m o vetor densidade de corrente de condução magnética em volts por metro quadrado (V/m²),
- vi) \vec{J}_e o vetor densidade de corrente de condução elétrica em Ampères por metro quadrado (A/m²),
- vii) S uma superfície orientada
- viii) $d\vec{S}$ é um vetor unitário
- ix) C uma curva que contorna S descrita por um vetor de comprimento $d\vec{l}$.

Nesse sistema, as Equações de Maxwell, na forma diferencial, apresentam-se como:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E} - \vec{J}_m \quad \text{Lei de Faraday} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{H} - \vec{J}_e \quad \text{Lei de Ampère} \quad (3.16)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \text{Lei de Gauss para o Campo Elétrico} \quad (3.17)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Lei de Gauss para o Campo Magnético (Ver Taflove 1995 p. 52)} \quad (3.18)$$

Para materiais com propriedades elétricas e magnéticas independentes desses campos, independentes da frequência e independentes das direções no espaço, ou seja, materiais isotrópicos e não dispersivos, valem as seguintes relações:

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (\epsilon \text{ é a permissividade elétrica em Farads por metro}) \quad (3.19)$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (\mu \text{ é a permeabilidade magnética em Henries por metro}) \quad (3.20)$$

Existem, entretanto, materiais que dissipam uma certa quantidade de campo magnético e elétrico das OEM que por eles perpassem, transformando, essas perdas, em calor. As equação que relacionam perdas elétricas e magnéticas são:

$$\vec{J}_e = \sigma \vec{E} \quad (\sigma \text{ é a condutividade em Siemens por metro}) \quad (3.21)$$

$$\vec{J}_m = \rho' \vec{H} \quad (\rho' \text{ é a resistividade magnética equivalente em ohms por metro}) \quad (3.22)$$

(Ver Taflove 1995, p. 53).

Substituindo nas equações de Maxwell acima, obtém-se:

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{E} - \frac{\rho'}{\mu} \vec{H} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \vec{H} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \vec{E} \quad (\text{Ver Taflove 1995, p. 53}) \quad (3.24)$$

Explicitando as componentes do rotacional das equações 3.23 e 3.24, obtém-se seis equações que formam a base do algoritmo de FDTD para representar as interações das OEMs no espaço tri-dimensional:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \rho' H_x \right) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \rho' H_y \right) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho' H_z \right) \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (3.30)$$

3.8.6 O algoritmo de Yee

Para resolver as equações de Maxwell, o algoritmo de Kane Yee (Yee, 1966) usa diferenças centrais como as expressões das diferenças finitas e força as condições de contorno dos vetores \vec{E} e \vec{H} na superfície do domínio (leia-se: limite do espaço em estudo). Ao iniciar o problema, Yee especifica a permeabilidade e a permissividade de cada região. Ele também utiliza informações dos campos de natureza diferentes, num dado ponto, aumentando o grau de informação naquele ponto. Assim, pode-se modelar arestas, bordas, cantos e condutores finos, conhecendo-se os campos \vec{E} e \vec{H} numa dada região.

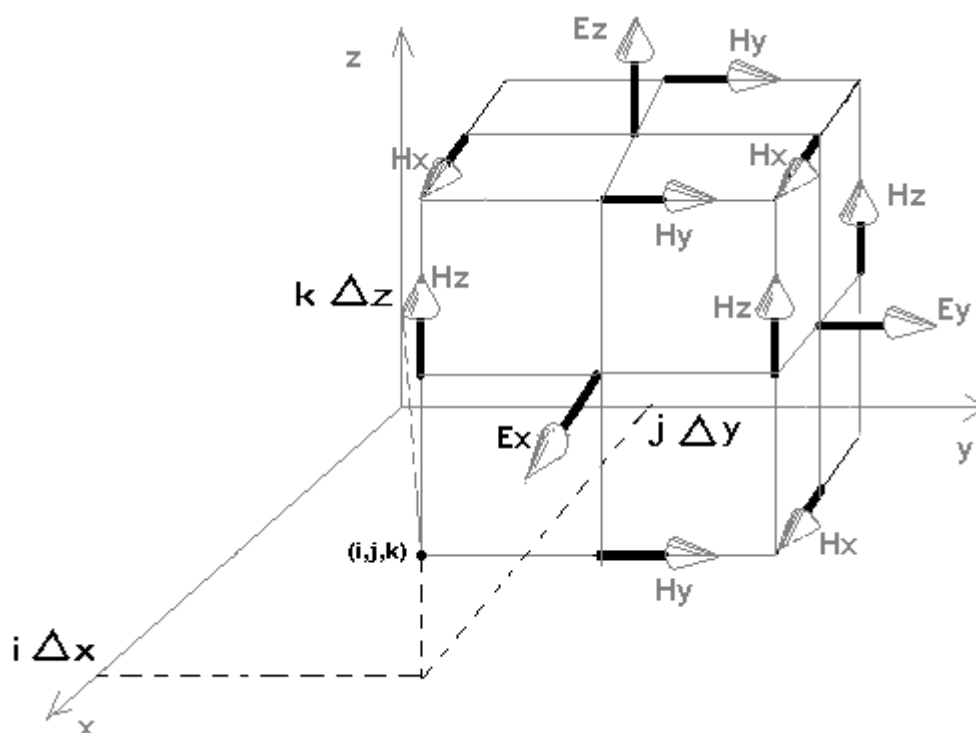


Figura 3.2 Posicionamento das componentes E_x , E_y , E_z do vetor campo elétrico e, H_x , H_y , H_z do vetor campo magnético em uma célula cúbica unitária.

Cada componente do vetor \vec{E} é circundada por quatro componentes do vetor \vec{H} e, por sua vez, cada componente do vetor \vec{H} é circundada por quatro componentes do vetor \vec{E} . De outro modo, o espaço fica interligado por uma combinação das Leis de Faraday contornadas

pelas leis de Ampère (Figura. 3.1). De certa maneira, Yee distribui as componentes dos campos eletromagnéticos de maneira tal que faz uma aplicação, de uma forma discreta, das equações de Maxwell.

Uma rede retangular uniforme de pontos é estabelecida definindo-se os incrementos de deslocamentos Δx , Δy e Δz nas três direções do espaço x , y , z , onde um ponto qualquer $(i, j, k$, com i, j e k inteiros) pode ser representado por:

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \tag{3.31}$$

Yee (1966) também assegura a continuidade das componentes tangenciais de \vec{E} e \vec{H} na interface entre os meios e alterna a disposição dos vetores \vec{E} e \vec{H} numa posição deitada e “em pé” respectivamente, em cada intervalo de tempo que denominou de salto do sapo (*leap frog*, Figura 3.2).

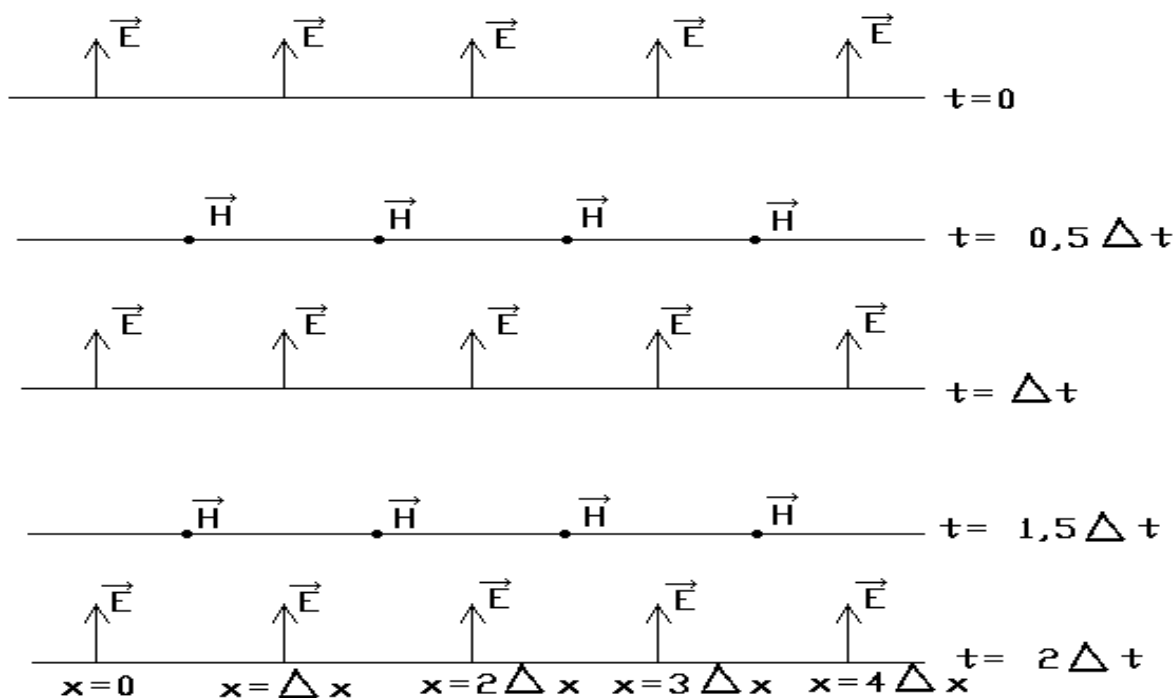


Figura 3.3 - Representação do salto do sapo (*leap frog*) segundo o algoritmo de Yee para ondas que se propagam em uma dimensão de acordo com incrementos no espaço e no tempo.

Yee (1966) calcula todos os valores dos campos elétricos em um determinado instante a partir dos valores calculados dos campos magnéticos do instante anterior. Ele repete, então, o processo, usando os campos elétricos para calcular os campos magnéticos do instante

seguinte. Assim, Yee (1966) vai calculando os campos e resolve o problema para todo o intervalo de tempo, evitando ter que fazer inversão de matrizes.

Uma função com domínio no espaço e no tempo pode ser escrita como:

$$u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = u^n_{i,j,k} \quad (3.32)$$

onde Δt é o incremento no tempo e n é um inteiro.

Para a diferencial parcial de uma função $u(x, y, z, t_n)$ transformar-se em uma equação de diferenças finitas, há que se expandir a função u em série de Taylor, eliminar termos de mais alta ordem conforme a precisão e substituir as derivadas pelas suas correspondentes diferenças, lembrando que, nessa operação, ocorrem subtrações onde se deve substituir Δx por $\Delta x/2$, Δy por $\Delta y/2$ e Δz por $\Delta z/2$. A razão disso é que, na malha exemplo, o vizinho de Δx de distância do vetor \vec{E} é o próprio vetor \vec{E} . Como se quer relacionar o vetor \vec{E} com o vetor \vec{H} mais próximo, então, tem-se que usar $\Delta x/2$ ao invés de

simplesmente Δx . Pela mesma razão, dever-se-á usar $\Delta y/2$ na direção y e $\Delta z/2$ na z .

A derivada parcial da função u na direção x pode ser representada por:

$$\frac{\partial(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)}{\partial x} = \frac{u^n_{i+\frac{1}{2},j,k} - u^n_{i-\frac{1}{2},j,k}}{\Delta x} + O[(\Delta x)^2] \quad (3.33)$$

A derivada parcial da função u em relação ao tempo t será:

$$\frac{\partial(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)}{\partial t} = \frac{u^{n+\frac{1}{2}}_{i,j,k} - u^{n-\frac{1}{2}}_{i,j,k}}{\Delta t} + O[(\Delta t)^2] \quad (3.34)$$

Na equação 3.32, o incremento $1/2\Delta t$ no tempo foi assim escolhido porque, dado esse incremento a partir do vetor \vec{E} , encontra-se o vetor \vec{H} .

Considerando a Equação 3.24 acima e substituindo as diferenças finitas, obtém-se:

$$\frac{H_x|^{n+\frac{1}{2}}_{i,j,k} - H_x|^{n-\frac{1}{2}}_{i,j,k}}{\Delta \cdot t} = \frac{1}{\mu_{i,j,k}} \left[\frac{E_y|^{n}_{i,j,k+\frac{1}{2}} - E_y|^{n}_{i,j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta \cdot z} - \frac{E_z|^{n}_{i,j+\frac{1}{2},k} - E_z|^{n}_{i,j-\frac{1}{2},k}}{\Delta \cdot y} - \rho'_{i,j,k} \cdot H_x|^{n}_{i,j,k} \right] \quad (3.35)$$

Para se estabelecer o valor de $H_x|_{i,j,k}^n$, faz-se uma aproximação semi-implícita que é uma média do valor anterior (no tempo) com o valor seguinte de $H_x|_{i,j,k}^n$:

$$H_x|_{i,j,k}^n = \frac{H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{2} \quad (3.36)$$

Substituindo a Equação 3.33 na 3.34 e multiplicando ambos os lados por Δt , obtém-se:

$$H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k}} \left[\frac{E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta \cdot z} - \frac{E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta \cdot y} - \rho'_{i,j,k} \cdot \left[\frac{H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{2} \right] \right] \quad (3.37)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se:

$$\left(1 + \frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2} \right) H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \left(1 - \frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2} \right) H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k}} \times \left(\frac{E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta \cdot z} - \frac{E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta \cdot y} \right) \quad (3.38)$$

Isolando H_x no instante $n+1/2$, obtém-se a expressão:

$$H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}} \right) H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \times \left(\frac{E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta \cdot z} - \frac{E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta \cdot y} \right) \quad (3.39)$$

Da mesma forma, são obtidas as equações para H_y e H_z :

$$H_y \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}} \right) H_y \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{E_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta \cdot x} - \frac{E_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta \cdot z} \right) \quad (3.40)$$

$$H_z \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}} \right) H_z \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{E_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_y \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta \cdot y} - \frac{E_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_x \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta \cdot x} \right) \quad (3.41)$$

Operando de maneira semelhante, chega-se às representações do campo elétrico nas três direções do espaço, com as seguintes expressões:

$$E_x \Big|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta \cdot t}{\varepsilon_{i,j,k}} \cdot \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_x \Big|_{i,j,k}^n + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \cdot y} - \frac{H_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \cdot z} \right) \quad (3.42)$$

$$E_y \Big|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta \cdot t}{\varepsilon_{i,j,k}} \cdot \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_y \Big|_{i,j,k}^n + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \cdot z} - \frac{H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \cdot x} \right) \quad (3.43)$$

$$E_z \Big|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta \cdot t}{\epsilon_{i,j,k}} \cdot \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_z \Big|_{i,j,k}^n + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \cdot y} - \frac{H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \cdot z} \right) \quad (3.44)$$

O arranjo das constantes que aparecem no início de cada uma das equações acima, tanto para o campo elétrico, como para o campo magnético, pode ser compactado e obtém-se o seguinte resultado:

$$D_a \Big|_{i,j,k} = \frac{\left(1 - \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta \cdot t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}} \right)}{\left(1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta \cdot t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}} \right)} \quad (3.45)$$

$$D_{b_2} \Big|_{i,j,k} = \frac{\left(\frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k} \Delta_l} \right)}{\left(1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta \cdot t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}} \right)} \quad (3.46)$$

$$D_{b_2} \Big|_{i,j,k} = \frac{\left(\frac{\Delta \cdot t}{\mu_{i,j,k} \Delta_2} \right)}{\left(1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta \cdot t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}} \right)} \quad (3.47)$$

$$C_a \Big|_{i,j,k} = \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta \cdot t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}} \right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta \cdot t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}} \right)} \quad (3.48)$$

$$C_{b_1} \Big|_{i,j,k} = \frac{\left(1 - \frac{\Delta \cdot t}{\epsilon_{i,j,k} \Delta_1} \right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta \cdot t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}} \right)} \quad (3.49)$$

$$C_{b_2} \Big|_{i,j,k} = \frac{\left(I - \frac{\Delta \cdot t}{\epsilon_{i,j,k} \Delta_2} \right)}{\left(I + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta \cdot t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}} \right)} \quad (3.49b)$$

Substituindo essas constantes nas equações 3.39 a 3.44 obtêm-se as seguintes expressões:

$$H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_{a,H_x} \Big|_{i,j,k} H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_{b,H_x} \Big|_{i,j,k} \cdot \left(E_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n + E_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n - E_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \right) \quad (3.50)$$

$$H_y \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_{a,H_y} \Big|_{i,j,k} H_y \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_{b,H_y} \Big|_{i,j,k} \cdot \left(E_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n + E_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n - E_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right) \quad (3.51)$$

$$H_z \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_{a,H_z} \Big|_{i,j,k} H_z \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_{b,H_z} \Big|_{i,j,k} \cdot \left(E_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n + E_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n - E_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right) \quad (3.52)$$

$$E_x \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_{a,E_x} \Big|_{i,j,k} E_x \Big|_{i,j,k}^n + C_{b,E_x} \Big|_{i,j,k} \cdot \left(H_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (3.53)$$

$$E_y \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_{a,E_y} \Big|_{i,j,k} E_y \Big|_{i,j,k}^n + C_{b,E_y} \Big|_{i,j,k} \cdot \left(H_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (3.54)$$

$$E_z \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_{a,E_z} \Big|_{i,j,k} E_z \Big|_{i,j,k}^n + C_{b,E_z} \Big|_{i,j,k} \cdot \left(H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (3.55)$$

Para o caso em que se está simulando, dispõe-se de um meio com zonas de propriedades elétricas diferentes. Dessa forma, para minimizar o espaço ocupado pelas matrizes no computador, define-se uma matriz MEIO(i,j,k) para cada componente do vetor campo. Essa matriz armazena um posicionador do vetor componente para cada ponto de rede, possibilitando que os coeficientes do algoritmo próprio possam ser extraídos.

$$m = MEIO_{H_x} \Big|_{i,j,k} \quad (3.56)$$

Reescreve-se então as equações 3.39 até 3.44 em função da matriz m como segue:

$$H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_a(m) H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_b(m) \left(E_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n + E_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n - E_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \right) \quad (3.57)$$

Assim, também é feito para as demais equações:

$$m = MEIO_{H_y} \Big|_{i,j,k} \quad (3.58)$$

$$H_y \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_a(m) H_y \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_b(m) \left(E_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n + E_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n - E_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right) \quad (3.59)$$

$$m = MEIO_{H_z} \Big|_{i,j,k} \quad (3.60)$$

$$H_z \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_a(m) H_z \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_b(m) \left(E_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n + E_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n - E_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right) \quad (3.61)$$

$$m = MEIO_{E_x} \Big|_{i,j,k} \quad (3.62)$$

$$E_x \Big|_{i,j,k}^{n+l} = C_a(m) E_x \Big|_{i,j,k}^n + C_b(m) \left(H_z \Big|_{i,j+\frac{l}{2},k}^{n+\frac{l}{2}} - H_z \Big|_{i,j-\frac{l}{2},k}^{n+\frac{l}{2}} + H_y \Big|_{i,j,k-\frac{l}{2}}^{n+\frac{l}{2}} - H_y \Big|_{i,j,k+\frac{l}{2}}^{n+\frac{l}{2}} \right)$$

(3.63)

$$m = MEIO_{E_y} \Big|_{i,j,k} \quad (3.64)$$

$$E_y \Big|_{i,j,k}^{n+l} = C_a(m) E_y \Big|_{i,j,k}^n + C_b(m) \left(H_x \Big|_{i,j,k+\frac{l}{2}}^{n+\frac{l}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k-\frac{l}{2}}^{n+\frac{l}{2}} + H_z \Big|_{i-\frac{l}{2},j,k}^{n+\frac{l}{2}} - H_z \Big|_{i+\frac{l}{2},j,k}^{n+\frac{l}{2}} \right) \quad (3.65)$$

$$m = MEIO_{E_z} \Big|_{i,j,k} \quad (3.66)$$

$$E_z \Big|_{i,j,k}^{n+l} = C_a(m) E_z \Big|_{i,j,k}^n + C_b(m) \left(H_y \Big|_{i+\frac{l}{2},j,k}^{n+\frac{l}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{l}{2},j,k}^{n+\frac{l}{2}} + H_x \Big|_{i,j-\frac{l}{2},k}^{n+\frac{l}{2}} - H_x \Big|_{i,j+\frac{l}{2},k}^{n+\frac{l}{2}} \right) \quad (3.67)$$

Capítulo 4

Simulação 3-D através do Método FDTD

Essa dissertação referenciou-se fundamentalmente nos resultados obtidos no trabalho de Salles *et al.* (2001) e na dissertação de mestrado de Fernández (2001). A simulação foi realizada no programa criado por Fernandez, Salles e Bonadiman em linguagem C++, cujo domínio foi alterado por M. Bonadiman e J. Vieira. Devido aos bons resultados obtidos por Salles *et al.* (2001) em suas simulações, utilizou-se as condições de contorno, bem como o refinamento da malha dentro dos limites de estabilidade e consistência já obtidos nos referidos trabalhos. Considerando essas condições e modificando o domínio do programa, obteve-se uma nova aplicação, diferente daquela para qual foi criado. Portanto, nessa dissertação, redirecionou-se o uso do referido programa para a modelagem de perfis geológicos.

4.1 O uso do FDTD no caso em estudo

Para o problema que se está resolvendo, considerou-se como o domínio computacional um cubo completamente preenchido por cubos elementares (células) de volume $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$. São 171 x 171 x 171 cubos elementares, perfazendo um total de 5.000.211 células (Fig. 4.1).

Próximo às faces do cubo e paralelas a elas, colocaram-se camadas atenuadoras que diminuem a refletividade com relação as ondas eletromagnéticas, evitando-se, assim, reflexões espúrias. O uso das camadas absorvedoras de Mur envolve aproximações, por diferenças finitas, dos campos E e H nas bordas do domínio, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 W_{0,j,k}^{n+1} = & -W_{1,j,k}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \Delta}{c\Delta t + \Delta} (W_{1,j,k}^{n+1} + W_{0,j,k}^{n-1}) + \frac{2\Delta}{c\Delta t + \Delta} (W_{1,j,k}^n + W_{0,j,k}^n) + \\
 & + \frac{(c\Delta t)^2}{2\Delta(c\Delta t + \Delta)} \begin{pmatrix} W_{0,j+1,k}^n & -4W_{0,j,k}^n & +W_{0,j-1,k}^n \\ W_{1,j+1,k}^n & -4W_{1,j,k}^n & W_{1,j-1,k}^n \\ W_{0,j,k+1}^n & W_{0,j,k-1}^n & W_{1,j,k+1}^n & W_{0,j,k-1}^n \end{pmatrix} \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

onde W é uma componente do campo válida para todas as componentes de campo E e H para o plano onde x é nulo numa a malha cúbica com $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ (Fernández, 2001).

Outro pressuposto básico que se utiliza é que σ , μ e ε sejam homogêneos e isotrópicos em cada meio considerado, para que o método seja aplicado de forma simples e rápida.

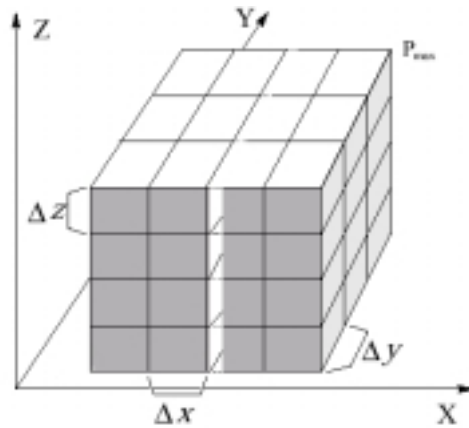


Figura 4.1 Domínio discretizado nas três direções do espaço com 5.000.211 elementos de volume (voxel).

O tamanho da célula cúbica ($\Delta x = \Delta y = \Delta z$) foi escolhido de modo que a satisfazer o critério de Yee (1966), como explicitado na p.303 de seu trabalho:

“ ...Para haver resultados significativos, as dimensões lineares da célula devem ser somente uma fração do comprimento de onda. ...Para haver estabilidade computacional (grifo nosso), é necessário satisfazer uma relação entre o incremento espacial e o incremento temporal Δt ...” (Yee, 1966).

A distância percorrida pela onda no incremento de tempo dentro do meio deve ser menor do que a diagonal do cubo incremental (célula cúbica, elemento de volume, Fig. 4.2), para assegurar a estabilidade computacional. Assim:

$$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} > \Delta t \times \sqrt{\frac{1}{\epsilon \cdot \mu}} \tag{4.2}$$



Figura 4.2 Critério de estabilidade de Yee onde $D = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)}$

Usou-se células de 5×10^{-3} m e intervalos de tempo de $8,3391 \times 10^{-12}$ s, o que acarreta:

$$\sqrt{3 \times 25 \times 10^{-6}} > 8,33 \times 10^{-12} \sqrt{\frac{1}{8,8 \times 10^{-12} \times 1,25 \times 10^{-6}}} \tag{4.3}$$

Os menores valores para ε e μ , respectivamente de $8,8 \times 10^{-12}$ e $1,25 \times 10^{-6}$, geram a inequação $8,7 \times 10^{-3} > 2,5 \times 10^{-3}$ que é adequada aos critérios de Yee (1966).

Trabalhar com OEMs em meios descontínuos (leia-se não-homogêneos) ou anisotrópicos é complicado e, por isso, considerou-se, nesse trabalho, que o meio geológico é homogêneo e isotrópico por partes, Isso é, homogêneo e isotrópico em cada camada. Portanto: ε , μ e σ assumem valores constantes em cada camada definida no modelo. Considera-se, também, que $J = 0$ em qualquer lugar do domínio, exceto onde a onda está ou é gerada.

É impraticável o uso de diferenças finitas sobre um plano infinito, pois nenhuma memória de computador seria suficiente para armazenar infinitos dados. Assim, a região de trabalho limita-se a um domínio possível de ser armazenado na memória do computador. Os algoritmos que usam FDTD necessitam de recursos computacionais massivos.

4.2 Cálculo dos campos elétricos e magnéticos

Como já citado no Capítulo 3, as equações de Maxwell foram resolvidas por diferenças finitas (FDTD) num domínio representado por um hexaedro regular. Assim, obteve-se o algoritmo abaixo, que é baseado no trabalho de Yee (1966) e Taflove (1996) e para avaliar os campos elétricos e magnéticos em cada célula e não em intervalos de $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{2}$ evitando a duplicação de malha .

$$H_X|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}} \right) H_X|_{i,j,k}^{n-1} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \times \left(\frac{E_Y|_{i,j,k+1}^n - E_Y|_{i,j,k}^n}{\Delta z} - \frac{E_Z|_{i,j+1,k}^n - E_Z|_{i,j,k}^n}{\Delta y} \right) \quad (4.4)$$

$$H_Y|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}} \right) H_Y|_{i,j,k}^{n-1} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \times \left(\frac{E_Z|_{i+1,j,k}^n - E_Z|_{i,j,k}^n}{\Delta x} - \frac{E_X|_{i,j,k+1}^n - E_X|_{i,j,k}^n}{\Delta z} \right) \quad (4.5)$$

$$H_Z|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}} \right) H_Z|_{i,j,k}^{n-1} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{E_X|_{i,j+1,k}^n - E_X|_{i,j,k}^n}{\Delta x} - \frac{E_Y|_{i+1,j,k}^n - E_Y|_{i,j,k}^n}{\Delta z} \right) \quad (4.6)$$

$$E_X|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}} \cdot \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_X|_{i,j,k}^n + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_Z|_{i,j,k}^{n+1} - H_Z|_{i,j-1,k}^{n+1}}{\Delta y} - \frac{H_Y|_{i,j,k}^{n+1} - H_Y|_{i,j,k-1}^{n+1}}{\Delta z} \right) \quad (4.7)$$

$$E_Y|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}} \cdot \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_Y|_{i,j,k}^n + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_X|_{i,j,k}^{n+1} - H_X|_{i,j,k-1}^{n+1}}{\Delta z} - \frac{H_Z|_{i,j,k}^{n+1} - H_Z|_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x} \right) \quad (4.8)$$

$$E_Z|_{i,j,k}^{n+1} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}} \cdot \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_Z|_{i,j,k}^n + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_Y|_{i,j,k}^{n+1} - H_Y|_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x} - \frac{H_X|_{i,j,k}^{n+1} - H_X|_{i,j-1,k}^{n+1}}{\Delta y} \right) \quad (4.9)$$

No presente caso, células cúbicas de dimensões $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 5,0 \times 10^{-3}$ m são atingidas por ondas eletromagnéticas de frequência de 1,0 GHz. Pelo critério de estabilidade de Yee (1966), é necessário que exista um compromisso entre o incremento espacial e o incremento temporal, chamado por Taflove (1994) de “*magic step*” (Ver equações 4.2 e 4.3).

Afora os erros de truncamento computacional, o resultado da solução numérica nos pontos onde a função é calculada é idêntico à solução analítica, se ela existir.

4.3 Simulação Numérica

A simulação numérica foi, então realizada utilizando uma matriz cúbica, de células cúbicas incrementais de coordenadas x_i , y_j , z_k , com i variando de 1 até 171, j variando de 1 a 171 e k variando de 1 a 171. Essa matriz representa, no problema, uma camada de ar que envolve a antena e uma estrutura de três camadas de rochas superpostas, feição bastante comum em ambientes geológicos. Uma antena tipo dipolo de meia onda foi a fonte das OEMs (Figura 4.3, 4.4 e 4.5). Colocada sobre a superfície, ela emitiu tanto ondas para dentro do basalto, como para o ar à volta da antena.

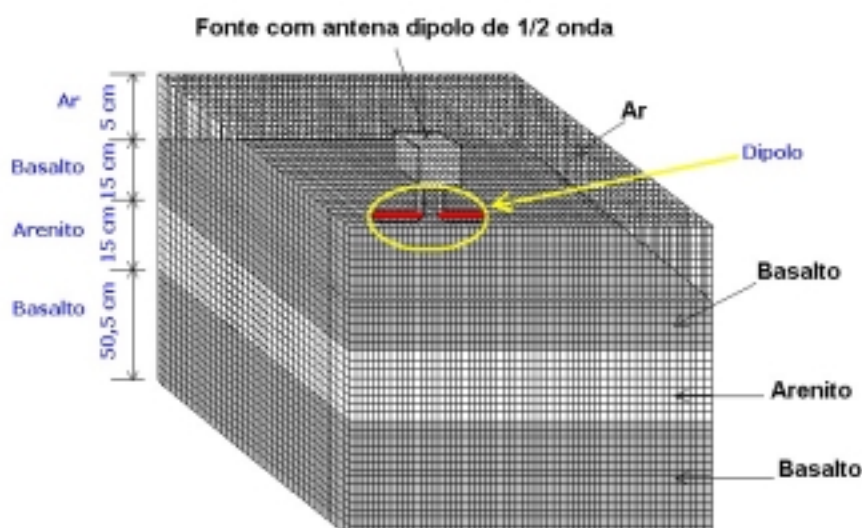


Figura 4.3 - Matriz de pontos ou rede de células cúbicas (elementos de volume)

Simulou-se, por meio do algoritmo de FDTD, a OEM incidente na primeira camada da estrutura geológica que seguiu refletindo e/ou refratando pelas demais camadas (Figura 4.5). Saindo de uma condição de campo elétrico e magnético nulos, as ondas propagam-se a

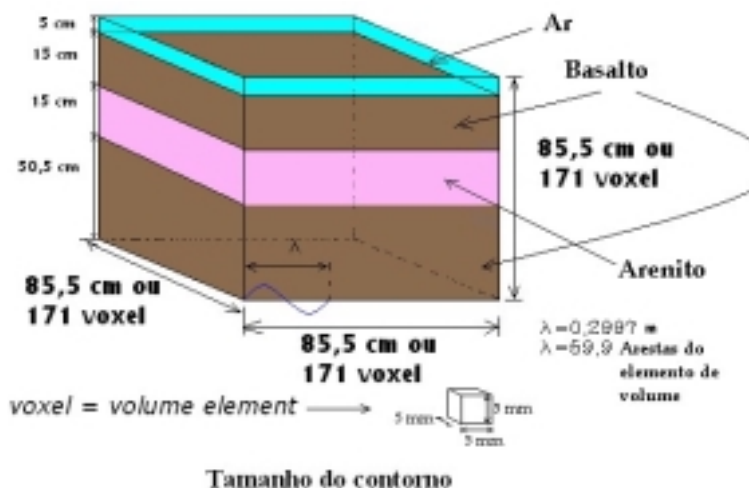


Figura 4.4 - Domínio do problema mostrando, de cima para baixo, as camadas de ar, basalto, arenito e basalto.

partir do espaçamento entre as duas hastes do dipolo e, por numerosos processos iterativos através do primeiro meio, progridem até atingirem a próxima interface. Nessa interface, usando o princípio da conservação dos momentos, as OEMs sofrem refração, reflexão e/ou difração e, assim, prosseguem por toda a matriz até atingirem a antena receptora que “sente” os campos nela incidentes (Figura 4.5). Uma camada atenuadora de Mur recobre todo o

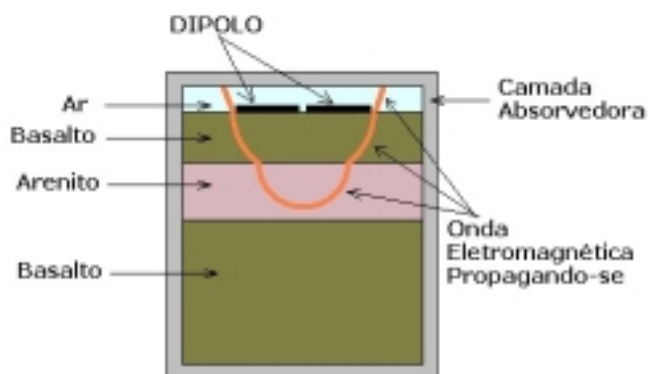


Figura 4.5 Onda eletromagnética propagando-se no domínio onde aparece uma camada atenuadora de Mur.

domínio, para evitar a reflexão das ondas nas paredes que limitariam o domínio, causando reflexões indesejadas.

É bastante comum, em geologia, apresentarem-se cortes frontais do terreno em estudo. Da mesma forma, apresentam-se, nas figuras resultantes do processo computacional, cortes frontais.

Nesse processo, desenvolveu-se inicialmente um modelo tridimensional de três camadas superpostas como se fossem camadas geológicas. Envoltas em ar, a antena repousa sobre a superfície da primeira camada de basalto ($\epsilon = 4,425 \cdot 10^{-11}$ F/m, $\mu = 2,1788 \cdot 10^{-6}$ H/m, $\rho = 250 \Omega\text{m}$) que se sobrepõe a uma segunda camada de arenito ($\epsilon = 3,316 \cdot 10^{-11}$ F/m, $\mu = 1,9468 \cdot 10^{-6}$ H/m, $\rho = 70 \Omega\text{m}$), e que se sobrepõe a uma nova camada de basalto com as mesmas características da primeira ($\epsilon = 4,425 \cdot 10^{-11}$ F/m, $\mu = 2,1788 \cdot 10^{-6}$ H/m, $\rho = 250 \Omega\text{m}$).

A fonte usada foi simulada por cubos incrementais em formato de dipolo de meia onda, como mostra a figura 4.6 abaixo.

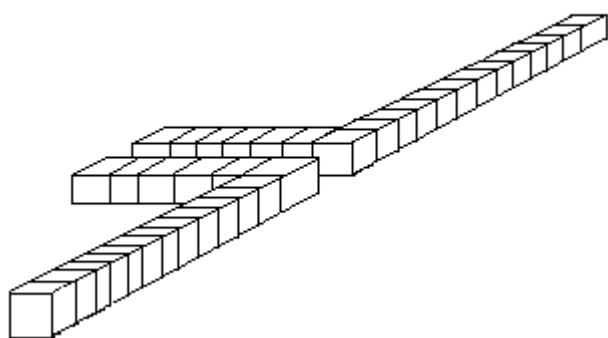


Figura 4.6 Vista em perspectiva do modelo discretizado de antena do tipo dipolo de meia onda.

Gera-se campos eletromagnéticos entre os dipolos e, assim, simula-se o comportamento de uma antena de georradar que usa frequência de 1,0 GHz. Uma onda senoidal foi usada, diferente de um pulso de georradar, porque o objetivo do trabalho era testar o modelo com ondas eletromagnética de amplitude constante. A partir daí, poder-se-á testar, em trabalhos posteriores, ondas mais semelhantes aos pulsos de georradar. A onda, ao sair da antena, encontra-se numa interface ar/basalto. A parte de trás da antena projeta as ondas para o ar e a parte da frente da antena coloca a onda dentro do primeiro meio geológico. Assim, a parte da frente da antena produz a onda que atravessa os três meios apresentados nas figuras 4.3, 4.4 e 4.5: basalto, arenito e basalto consecutivamente.

Após calculados os campos resultantes da série de processos físicos sofridos pela OEM no conjunto de todas as células elementares, os mesmos são posicionados em matrizes, que se transformam em imagens (fotos instantâneas) da realidade geológica que as criaram. A cada instante de tempo, pode-se ter instantâneos do processo como um todo; Isso é, valores calculados de \vec{E} e \vec{H} obtidos usando-se o algoritmo e os incrementos temporais. Uma grande

quantidade de “cortes” podem ser feitos desse modo para representar diversos momentos das ondas percorrendo os caminhos no meio simulado.

Os instantâneos da onda propagando-se num meio de três camadas superpostas foram gravados através do programa Matlab, que dispõe os valores dos campos elétricos através de uma escala de cores RGB. Assim, coloca-se colocando o vermelho escuro como o valor mais alto do campo, passando para o laranja, o amarelo o verde e o azul, que representa o valor mais baixo de campo elétrico.

Cada imagem representa o valor, em escala RGB de cores, do campo elétrico em cada célula de um determinado plano (usou-se aqui o plano frontal), de um total de $171 \times 171 \times 171$ (5.000.211) células, incluindo as bordas. O domínio todo, ou a matriz cúbica, possui um volume de $0,647215 \text{ m}^3$; ou seja, 0,86 m de aresta.

O tamanho da borda amortecedora ou parede absorvedora de Mur é de uma célula ou, em linguagem de informática, de um *voxel*.

O intervalo de tempo incremental é: $\Delta t = 8.3391 \cdot 10^{-12}$ s. O comprimento da onda foi de $\lambda = 0,299792$ m ou 29,97 cm correspondente a frequência de 1 GHz no vácuo. A memória exigida foi de 628.483 Mbytes. Pela necessidade de memória o trabalho foi executado no computador de processamento paralelo CRAY-T 94, com 5,2 Gflops de CPU, 2 GB RAM e unidades de disco de 9,5GB SCSI. O tempo total de simulação é de aproximadamente: 1 h e 19 minutos.

4.4 Discussão dos Resultados Obtidos

As figuras a seguir representam uma vista de perfil de todo o domínio onde a onda irá se propagar. A figura 4.7, tanto quanto as demais, revela os valores dos campos elétricos no instante $\Delta t = 100$. Colocou-se linhas sobre a figura para marcar as interfaces entre os vários materiais simulados. Em todas as figuras, não se observa, nas paredes que limitam o domínio, qualquer reflexão detectável. Isso ocorre pelo bom desempenho do algoritmo de Mur para superfícies amortecedoras. A barra vertical à direita de todas as figuras representa uma escala de cores, que define os valores relativos das amplitudes das ondas, que vão do valor máximo 1(um), na cor vermelha, até o valor mínimo 0 (zero), na cor azul marinho.

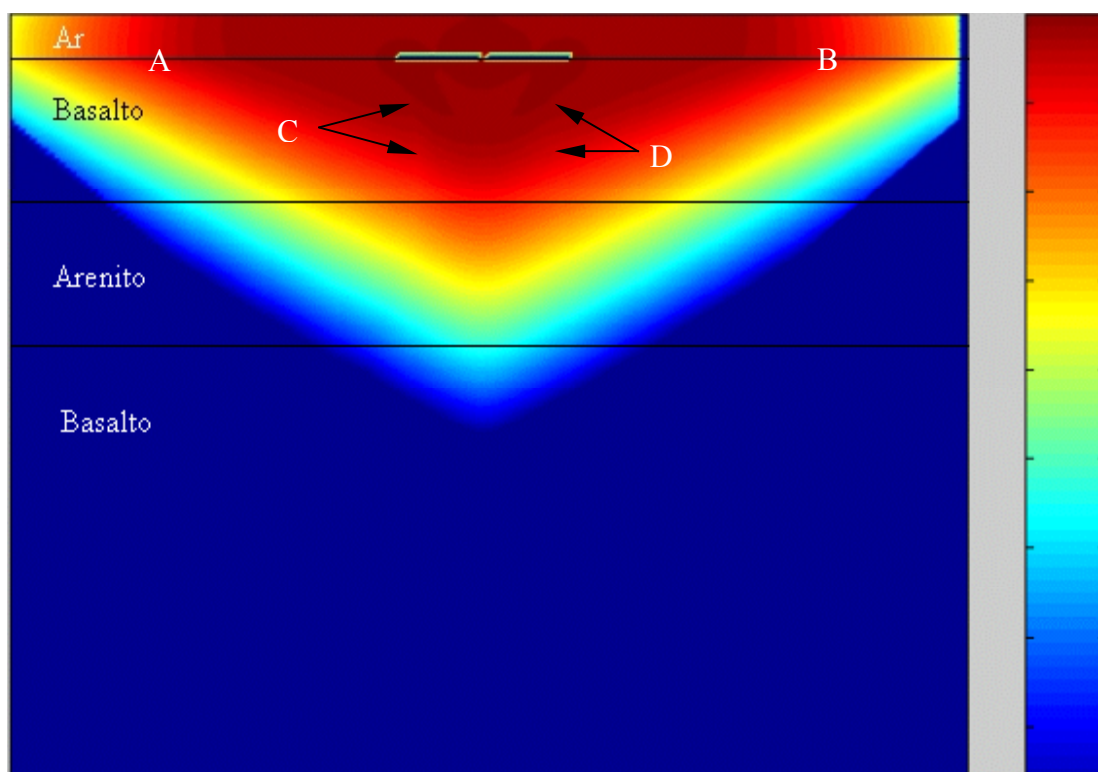


Figura 4.7 - Frentes de onda atravessando as camadas após $100 \Delta t$. Mudanças na direção de propagação das ondas eletromagnéticas são fortes em A e B e mais suaves em C e D.

Observa-se que o dipolo, representado por dois segmentos de reta, está em contato direto com a interface ar/basalto. A partir do dipolo, as frentes de onda começam a se propagar em um formato em “v” (Figura 4.7), porque o algoritmo faz truncamentos e não gera o formato esperado de frentes de ondas circulares. A partir do Δt 300 (Figura 4.9), passa-se a observar uma forma mais circular das frentes de onda, devido a uma maior estabilidade dos valores calculados.

Na figura 4.7, as barras escuras representam o dipolo de meia onda a partir do qual as ondas eletromagnéticas se propagam, espalhando-se em todas as direções. As linhas horizontais pretas representam a interface entre os meios geológicos. A onda é representada em cores que vão do marrom (campo elétrico mais intenso) ao amarelo (campo elétrico menos intenso); a cor azul representa a ausência de campo elétrico. A dimensão vertical da figura 4.7 representa um deslocamento da onda de cerca 5,7 comprimentos de onda, ou seja, aproximadamente 0,86 m. A figura 4.7 também mostra que existe uma mudança de direção bastante pronunciada da onda eletromagnética ao passar do meio ar para o meio basalto na linha que une os pontos A e B. Esse fenômeno é resultado de uma mudança de velocidade da onda eletromagnética devido à diferença entre as constantes elétricas e magnéticas dos dois

meios. Na passagem do meio basalto para arenito, que possuem constantes elétricas e magnéticas bastante mais próximas entre si, observa-se uma pequena variação na direção do deslocamento das ondas. Observa-se, ainda, efeitos da reflexão das ondas após atravessarem a interface entre os meios basalto/arenito nos pontos C e D. Junto ao dipolo, também se observa uma não uniformidade nos valores mais altos do campo elétrico devido à superposição de ondas refletidas pela interface arenito-basalto; assim, os valores de campo elétrico mais altos estão mais próximo ao dipolo.

A figura 4.8 apresenta a continuação do processo descrito na figura 4.7, onde o campo elétrico vai avançando pelo espaço e sofrendo os fenômenos ondulatórios de reflexão, refração e também superposição. O fenômeno de refração é verificado sempre que a onda muda de meio, embora os valores dos ângulos de incidência e refração sejam muito semelhantes. A superposição, devido às múltiplas reflexões nas interfaces, fica clara na primeira camada de basalto. As áreas mais claras representam campos elétricos atenuados e as áreas mais escuras representam campo elétricos mais intensos mostrando as regiões onde as ondas sofreram reforço. Na região de campo mais intenso (ponto P), observa-se que a representação da onda começa a se tornar mais “esférica”, porque os truncamentos de cálculo, no algoritmo, começam a influenciar menos nos valores

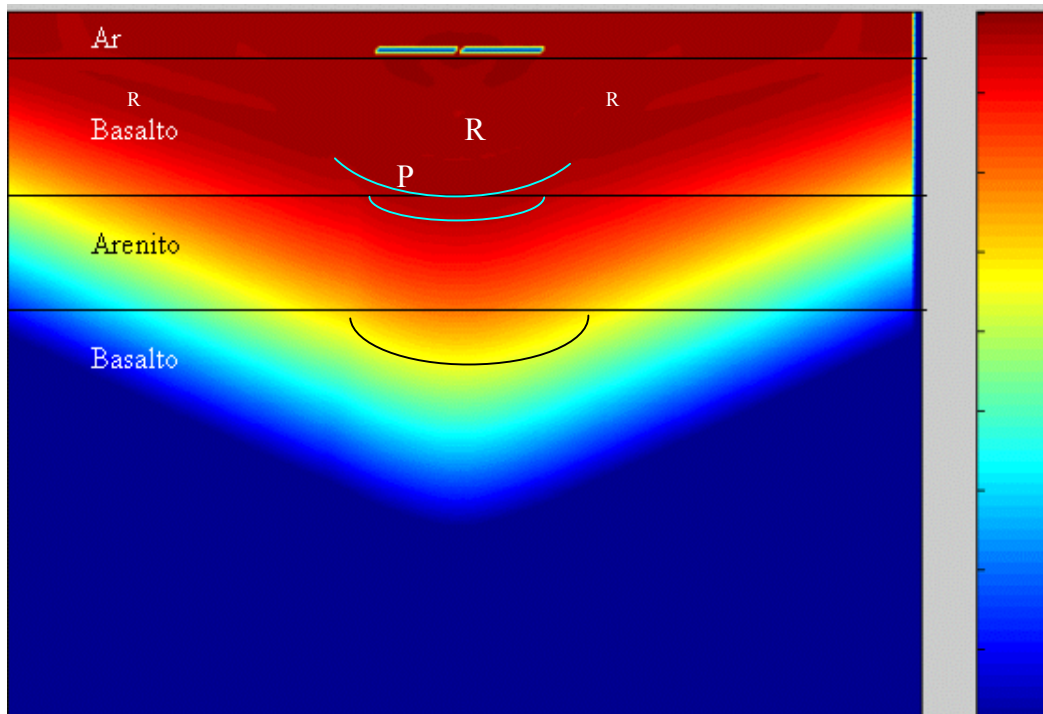


Figura 4.8 - Frentes de onda atravessando as camadas após $200 \Delta t$. Da parte superior da figura para baixo, as curvas clara e escura mostram que as frentes de ondas refrataram-se nas interfaces ar/basalto, basalto/arenito e arenito/basalto, respectivamente. O ponto P

representa uma das regiões, na interface, em que a onda torna-se esférica. Nos pontos R, aparece reverberação.

daqueles campos elétricos. O fato de se usar a palavra esférica vem da realidade da onda; isso é, a onda que se está trabalhando é espacial e esférica, porém a sua representação pictórica é planar. As ondas, ao se refratarem nas interfaces apresentam um comportamento de difração (princípio de Huygens), como novas frentes de onda, representadas na figura 4.8 pelas curvas clara e escura.

Na figura 4.9, também se observa o mesmo comportamento de difração da figura 4.8, com as “novas frentes de onda” geradas a partir das interfaces. Na figura 4.9, à medida em

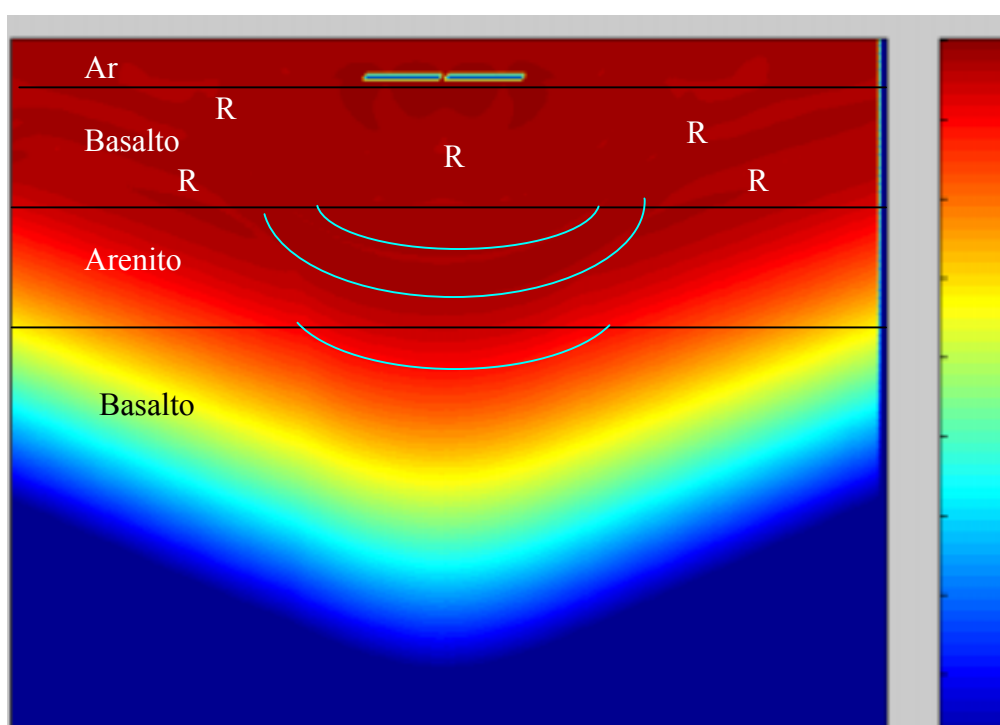


Figura 4.9. - Frentes de onda atravessando as camadas após $300 \Delta t$. Da parte superior da figura para baixo, as curvas claras mostram que as frentes de ondas refrataram-se nas interfaces ar/basalto, basalto/arenito e arenito/basalto, respectivamente.

que se distanciam da fonte, as ondas eletromagnéticas quase atingem o limite do domínio e assume um aspecto mais “esférico”. Em algumas regiões, observam-se áreas superpostas, principalmente entre a primeira camada de basalto e a segunda de arenito, devido às múltiplas reflexões, com regiões de reforço e atenuação. Por outro lado, o fenômeno de refração é pouco acentuado em algumas regiões e fortes noutras. As curvas clara e escura mostram que as frentes de ondas refrataram-se nas interfaces. Nos pontos R, aparecem reverberações.

Na figura 4.10, avançando no espaço livre, a onda atinge o limite do domínio e também aumenta sua característica de “esfericidade”. A primeira camada de basalto e a de arenito recebem valores cada vez mais intensos de campo elétrico, conservando também característica de áreas superpostas devido às múltiplas reflexões. Os ângulos de incidência e refração se assemelham pelas características elétricas dos meios. Observa-se, também, as reflexões nas interfaces (arcos azuis-claros). As curvas claras e escura mostram algumas das muitas frentes de ondas que se refletiram e se refrataram nas interfaces.

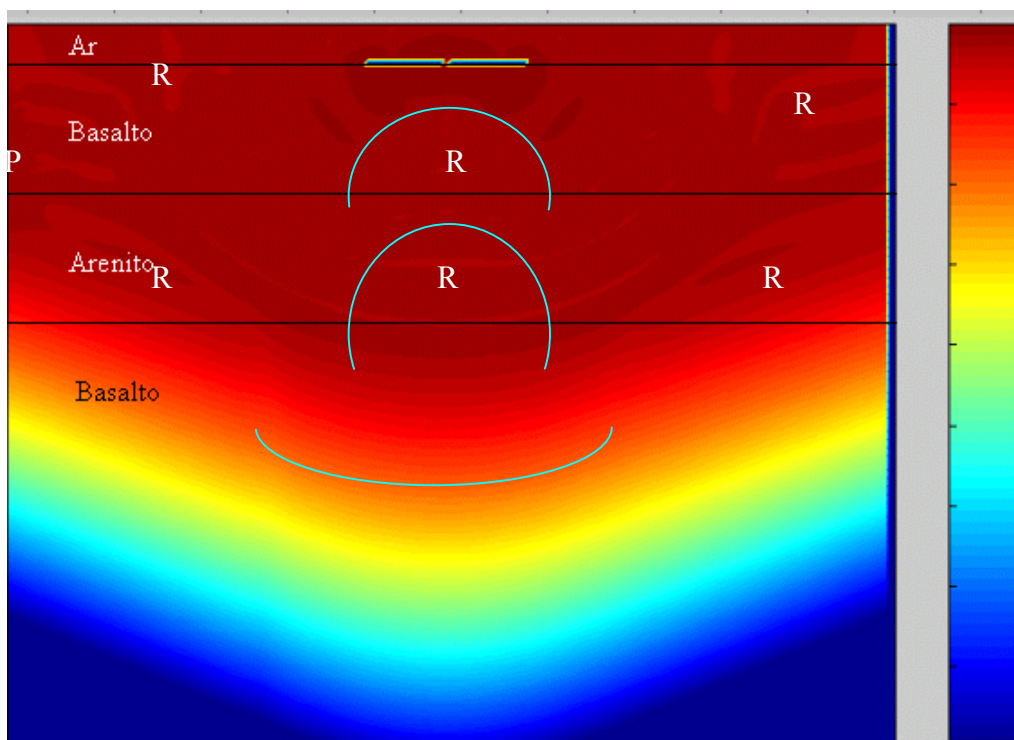


Figura 4.10. Frentes de onda atravessando as camadas após $400 \Delta t$. Da parte superior da figura para baixo as curvas claras mostram que as frentes de ondas refrataram-se nas interfaces ar/basalto, basalto/arenito e arenito/basalto respectivamente. Os pontos R denotam as regiões com reverberações. O ponto P representa erros devido a acumulação de erro de truncamento.

Na figura 4.11, os valores de campo mais elevado passam por todas as camadas e a onda já se expandiu praticamente por todo o domínio, conservando, da mesma forma que nas figuras anteriores, a característica de áreas sobrepostas devido às múltiplas reflexões. Devido à acumulação de erro de truncamento computacional, aparecem, no ponto P, na borda superior esquerda do domínio, na interface entre o basalto e o arenito, valores excessivamente altos de campo elétrico. Os arcos em azul-claro e preto mostram reflexões e refrações das ondas nas interfaces. Nos pontos R, aparecem reverberações. Ao chegar na parede inferior do domínio, observa-se que não houve reflexão no limite inferior da figura, mostrando que a parede absorvedora de Mur está atenuando a reflexão.

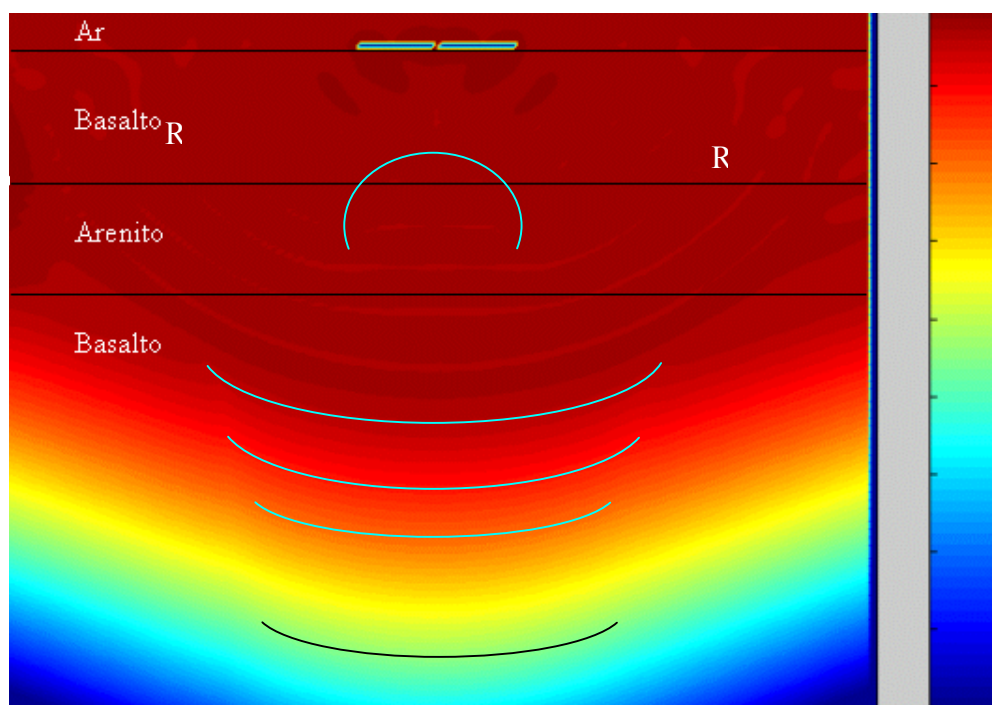


Figura 4.11. Frentes de onda atravessando todas as camadas após $500 \Delta t$. Da parte superior da figura para baixo as curvas claras mostram que as frentes de ondas refrataram-se nas interfaces ar/basalto, basalto/arenito e arenito/basalto respectivamente. Os pontos R denotam as regiões com reverberações. O ponto P representa erros devido a acumulação de erro de truncamento.

Comparando-se as figuras 4.10 e 4.11, nota-se que, nessa última, aumentou a área com erro de acumulação.

Na figura 4.12, seguindo sua expansão, a onda já se espalhou por todo o domínio, mantendo a característica de áreas superpostas devido às múltiplas reflexões. A região do ponto P da figura 4.7 aumentou, mostrando que houve uma maior acumulação de erro de truncamento. Observa-se, também, que não houve reflexão no limite inferior da figura, mostrando que a parede absorvedora de Mur está atenuando suficientemente a reflexão das ondas. O primeiro arco em azul representa a reflexão na interface arenito-basalto; os arcos mais abaixo representam refração na interface arenito/basalto. Na região onde aparece a letra R, observam-se reverberações.

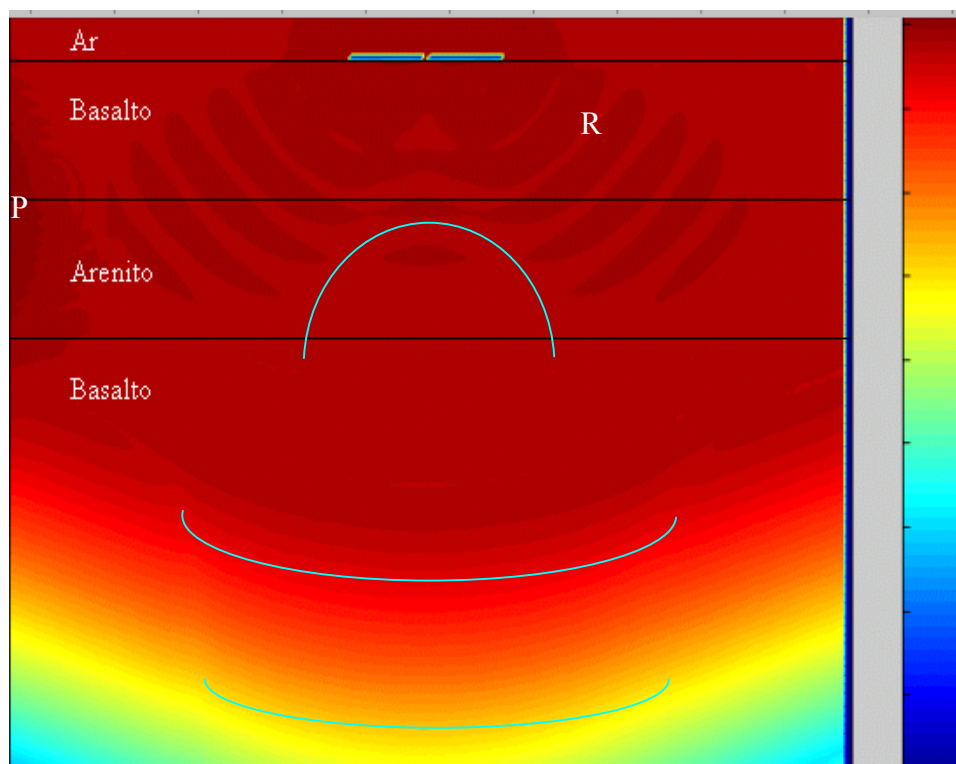


Figura 4.12 - Frentes de onda atravessando as camadas após $600 \Delta t$. Da parte superior da figura para baixo, as curvas claras mostram que as frentes de ondas refrataram-se nas interfaces ar/basalto, basalto/arenito e arenito/basalto, respectivamente. Os pontos R denotam as regiões com reverberações. O ponto P representa a região onde aparece acumulação de erro de truncamento.

Comparando-se os resultados das simulações obtidas nesse trabalho, com resultados obtidos no trabalho de Scott (Scott, 1994) com meios de maior contraste elétrico (Figura 4.13), observa-se que os resultados apresentam diferenças nas intensidades das reflexões, devido aos contrastes elétricos elevados. Porém, as reflexões, refrações e as difrações coincidem nas posições e nos ângulos. O trabalho de Scott (Scott, 1994) apresenta ondas eletromagnéticas espalhando-se por três camadas (Figura 4.13 a) de ar, asfalto e concreto, que têm maiores contrastes elétricos entre o asfalto e o concreto comparando-se com o contraste arenito/basalto. No trabalho de Scott (Scott, 1994), espalhadores prismáticos foram colocados no interior da camada de concreto.

Observa-se que as reverberações presentes nessa dissertação também apresentam um comportamento qualitativo semelhante aos resultados encontrados por Scott (1994) e mostrados na figura 4.13.

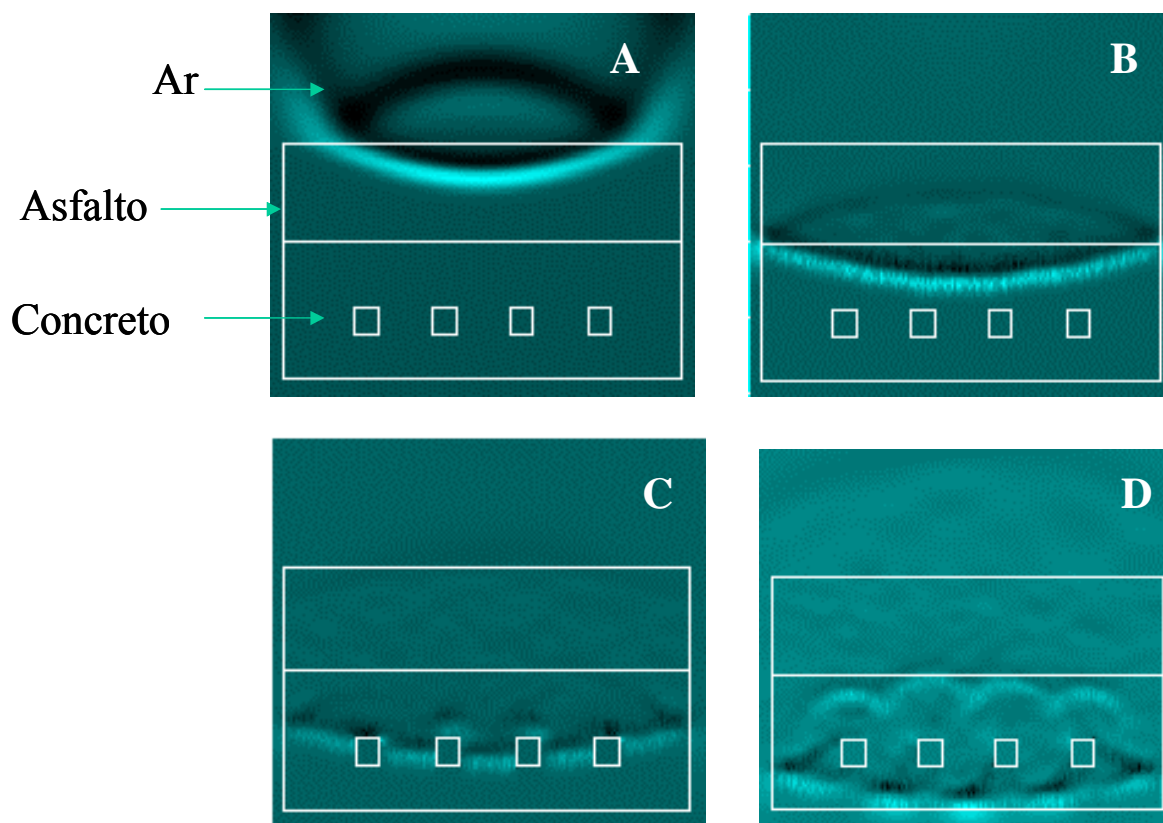


Figura 4.13 - Observam-se os resultados do trabalho de Scott (Scott, 1994). As ondas eletromagnéticas espalham-se a partir de uma antena, de cima para baixo, atravessando camadas de ar, asfalto e concreto, respectivamente. Dentro do concreto, foram colocados prismas espalhadores de base quadrada. Em A, as ondas atravessaram a camada de ar e estão penetrando a camada de asfalto. Em B, as ondas atravessaram a camada de asfalto e estão penetrando a camada de concreto. Em C, as ondas estão no meio da camada de concreto incidindo nos prismas espalhadores. Em D, parte das ondas atingem o limite do domínio e parte reflete-se nos espalhadores.

Capítulo 5

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 Conclusões

As estruturas geológicas dos terrenos a serem estudados apresentam características que permitem interpretações diversas quanto a real forma como as camadas se dispõem no terreno em questão. Assim, ao interpretar uma estrutura geológica, o pesquisador precisa de auxílio para melhor resolver as ambigüidades encontradas em suas observações. Isso é buscado na geofísica. O georradar desempenha, muitas vezes, bem esse papel. Porém, o levantamento do terreno feito com georradar dará maiores informações se acompanhado de um processo de simulação que permita criar um cenário geológico semelhante à situação esperada da realidade. Assim, ao se comparar os dados de georradar com os obtidos na simulação, pode-se inferir sobre o modelo criado daquele terreno e como deve ser mudado, se for o caso.

Essa dissertação propôs a criação de um simulador que obtivesse resultados comparáveis aos obtidos por uma onda eletromagnética ao passar por meios geológicos. Foram observados os efeitos através de imagens, que se assemelham ao que aconteceria a uma onda eletromagnética ao atravessar meios com propriedades eletromagnéticas distintas. Isso permite ganhar informações sobre o terreno e suas feições, o que acarreta uma melhor interpretação geológica dos dados de georradar.

O capítulo 1 apresentou uma introdução ao problema considerado, o uso e as aplicações das ondas eletromagnéticas para a pesquisa geológica. Apresentou, também, o georradar como um dispositivo eletromagnético para investigação indireta e, ainda, a caracterização dos problemas interpretativos dos dados de georradar.

O capítulo 2 apresentou os fenômenos que ocorrem com a propagação das ondas eletromagnéticas no meio físico, caracterizando primeiro a onda eletromagnética em si, depois as equações de Maxwell que norteiam os processos de interação das ondas eletromagnéticas com os meios materiais. Em seguida, foi feita uma representação espacial de uma onda através de desenhos e também foi exposto o princípio de propagação das ondas eletromagnéticas nos meios materiais e, ainda, todos os fenômenos que ocorrem no processo de propagação de uma OEM dentro de um meio geológico. Gráficos da atenuação da potência

e da amplitude das ondas eletromagnéticas em função da penetração no solo também foram mostrados nesse capítulo.

No capítulo 3, foram apresentadas as razões para simular ondas por meio de FDTD. O método de FDTD também foi exposto e explicado. Critérios de consistência, convergência e estabilidade do método também foram discutidos. Uma análise das ondas então simuladas foi realizada. O algoritmo de Yee foi apresentado; as equações do algoritmo foram todas representadas e aplicadas para três dimensões. Também, um breve relato da evolução histórica dos métodos numéricos foi esboçado.

No capítulo 4, foi aplicado o método das diferenças finitas no domínio do tempo para o caso em estudo, esboçadas as equações para o cálculo dos campos elétricos e magnéticos para uma onda em um meio simulado. Ainda, foi feita uma representação da simulação na figura 4.1, esquematizando a “grade” de cubos onde a onda é simulada e apresentando a posição da antena e das camadas geológicas. Por fim, foram apresentados os resultados da simulação, com as figuras que representam as ondas expandindo-se no meio geológico

Nesse trabalho, observou-se os diversos efeitos de espalhamento sofridos pela OEM em meio geológico e, apresentados os resultados, verificou-se que os mesmos obedeciam os conceitos desenvolvidos na Física das ondas. Entre os resultados, observa-se que, usando constantes dielétricas, resistividades e permeabilidades magnéticas aproximados, os efeitos de refração, reflexão e difração tornam-se pouco perceptíveis.

5.2 Recomendações

Essa dissertação apresenta uma metodologia para modelar, no futuro, feições geológicas a partir de simulações matemáticas, mais precisamente modelamentos por FDTD. Com isso, para uma aplicabilidade mais ampla e aperfeiçoamento do método são apresentadas algumas sugestões para trabalhos posteriores.

- i. que se desenvolva um *software* de mais alto nível que o C++, para otimizar a automatização do processo, visando a facilitar a troca dos valores das constantes elétricas, e melhorar a interatividade com a operação do programa;
- ii. o uso mais genérico do programa, com um maior número de camadas (multicamadas), é recomendado, com o intuito de obter feições geológicas mais diversificadas;

-
- iii. introduzir, no modelo, corpos de formatos geométricos regulares tipo tabulares, cilíndricos ou esféricos, entre as multicamadas, que se assemelhem com possíveis estruturas geológicas e geotécnicas de sub superfície;
 - iv. introduzir, no modelo pulsos de onda ao invés de onda de amplitude constante para melhor simular o comportamento de um georradar.

Referências Bibliográficas

- AKI, K. & RICHARDS, P. G.; 1980. *Quantitative Seismology, Theory and Methods*, 1ª Ed., New York (USA), W.H. Freeman and Company, Vol.1, 557 p.
- ALONSO, M. & FINN, E. J.; 1969. *Fundamental University Physics*, 2ª Ed., London (England), AddisonWesley Publishing Company, 598 p.
- ANNAN, A. P. & DAVIS, J. L.; 1989. *Ground Penetrating Radar For High Resolution Mapping of Soil And Rock Stratigraphy* Geophysical Prospecting, Vol. 37(1): 531-551.
- BEISER, A.; 1969. *Conceitos de Física Moderna*, 1ª Ed., São Paulo (Brasil), Editora da Universidade de São Paulo e Editora Polígono, 458 p.
- BELL, E. T.; 1992. *História de las Matemáticas*, 8ª Ed., México (México), Fondo de Cultura Económica, 656 p.
- BLEISTEIN, N.; 1984. *Mathematical Methods for Wave Phenomena*, 1ª Ed., Orlando (USA), Academic Press Inc, 341 p.
- CARNAHAN, B. & LUTHER, H.A. & WILKES J. O.; 1969. *Applied Numerical Methods*, 1ª Ed., New York (USA), John Wiley & Sons, Inc., 604 p.
- CORSON, D. & LORRAIN, P.; 1970. *Eletromagnetic Fields and Waves*, 2ª Ed., San Francisco (USA), W.H. Freeman And Company, 706 p .
- COOK, R.; 1997. *History of Mathematics a Brief Course*, 1ª Ed., New York (USA), John Wiley & Sons, Inc., 530 p.
- DE BORTOLI, A. L.; 2000. *Introdução a dinâmica de Fluidos Computacional*, 1ª Ed., Porto Alegre (Brasil), Editora da Universidade 134 p.
- DE SALLES, A. A.; FERNÁNDEZ, C. & BONADIMAN, M.; 2001. *Distância da Antena e Potência Absorvida na Cabeça do Usuário de Telefone Celular Portátil*, Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações, Rio de Janeiro, Vol. 16 (1): 16-28,.
- DINIZ, A. B & FREIRE, F. O.; 1973. *Ondas Eletromagnéticas*, 1ª Ed., Rio de Janeiro (Brasil), Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 247 p.
- DOBRIN, M. B. & SAVIT, C. H.; 1988. *Introduction to Geophysical Prospecting*, 4ª Ed., New York (USA), McGraw-Hill Book Company, 867 p.

- DOLUKHANOV, M.; 1971. *Propagation of Radio Waves* 1ª Ed., Moscou(Rússia), Mir Publishers, 371 p.
- DRURY, S. A.;1993. *Image Interpretation in Geology* 2ª Ed., London(England), Chapman & Hall, 283 p.
- FERNÁNDEZ, C. E. F. R.; 2001. *Efeitos Biológicos das Radiações de Rádio Freqüências de Telefonía Celular Simulação FDTD* Dissertação de Mestrado CPGEE -UFRGS, Porto Alegre(RS), 118 p.
- FRISCHKNECHT, F. C. & KELLER, G.V.; 1970. *Electrical Methods in Geophysical Prospecting*, 1ª Ed., Oxford (USA), Pergamon Press, 517 p.
- GOODMAN, D.; 1994. *Ground-Penetrating Radar Simulation In Engineering And Archaeology*, Geophysics, Vol. 59 (2):141-143.
- GOTTLIEB, D.& ORSZAG,S.A; 1986. *Numerical Analysis of Spectral Methods, Theory and Applications*, 1ª Ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, 172 p.
- HARRINGTON, R. F. & SARKAR, T. K.; 1983. *Boundary Elements and the Method of Moments, Boundary Elements* PROCEEDINGS OF THE FIFTH INTERNATIONAL CONFERENCE, Tokio (Japão), Vol.3(11):230-235 Nov. Editores: C.A. Brebbia, T. Futagami, M. Tanaka, Hiroshima,
- HALLYDAY, D. & RESNICK, R.; 1966. *Física - Parte II* ,1ª Ed., Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro, 1440 p.
- HALLYDAY, D.; RESNICK, R. & WALKER, J.; 1993. *Fundamentos de Física – Vol 3 e 4*, 4ª Ed., Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 350 p e 354 p.
- IDA, N. & BASTOS, J. P. A.; 1997. *Eletromagnetics and Calculation of Fields*, 2ª Ed., Berlin (GER), Springer-Verlag Heidelberg, 565 p.
- KELLY, W.E. & MARES, S. (Editors); 1993. *Developments in Water Science 44 Applied Geophysics in Hydrogeological And Engineering Practice*, ELSEVIER Amsterdam (Holanda), Vol.1(1/2):55-81
- KNUPP, P & STEINBERG S.; 1993. *Fundamentals of Grid Generation*, 1ª Ed., CRC Press, Inc. Boca Raton, Florida (USA), 286 p.
- LEDFELD, G.; 2001. *Híbrid Time-Domain Methods and Wire Models for Computational Electromagnetics*, Tese de Doutorado, Royal Institute of Technology, Kungl Techniska Högskolan, Estocolmo, 193 p.

- MARTINS, N. 1973. *Introdução a Teoria da Eletricidade e do Magnetismo*, 1ª Ed., Edgard Blücher LTDA. São Paulo, 468 p.
- MAXWELL, JAMES CLERK; 1954. *A Treatise on Eletricity & Magnetism*, 3ª Ed. Alterada da 3ª Edição de 1891, New York (USA), Dover Publications, Inc., Vol. 1 e 2 , 506 e 500 p .
- NUAIMY, W.A ; HUANG, Y.; NAKHKASH, M.;& FANG, M. T. C.; NGUYEN, V. T. & ERIKSEN, A.; 2000. *Automatic detection of buried utilities and solid objects with GPR using neural networks and pattern recognition*, Journal of Applied Geophysics, Elsevier Amsterdam, Vol. 43(1):157-165.
- PARASNIS, D.S.; 1997. *Principle of Applied Geophysics*, 2ª Ed., Chapman & Hall - London.
- PEARL, RICHARD M.,1973. *Handbook for Prospectors*, 5ª Ed., McGraw-Hill Book Company New York, 472 p.
- PICQUENARD, A.; 1970. *Propagação das Ondas Radioelétricas nos Meios Naturais (1ª Parte)*, 1ª Ed., Livraria Freitas Bastos S.A., 210 p.
- POZRIKIDIS, C.; 1998. *Numerical Computation in Science and Engineering*, 1ª Ed., New York (USA), Oxford University Press, 627 p.
- REPPERT, P. M.; MORGAN, D. & TOKSOZ, M. N.; 2000. *Dielectric constant determination using ground penetrating radar reflections coefficients.-* Vol. 43 - Journal of Applied Geophysics Elsevier, .
- SADOSKI, M.; 1967. *Cálculo Numérico y Gráfico*, 1ª ed., Buenos Aires (Argentina), Ed. Libreria del Colégio, 355 p.
- SCARBOROUGH, J. H.; 1962. *Numerical Mathematical Analysis*, 6ª Ed., Baltimore (USA), The Johns Hopkins Press, 600 p.
- SCOTT N. D.; 1994. *EM modeling for GPIR using 3D FDTD modeling codes*[on line]. Laurence Livermore National Laboratory, California, (<http://www-eng.llnl.gov/dsed/documents/em/sdnspie94.html>), (20/04/2003)
- SCHNEIDER, J. B. & SHLAGER, K. 2003. *National Science Foundation*, Virginia 22230, USA (www.fdttd.org), (30/05/2003)
- SHOUP, TERRY E.; 1979. *A Pratical Guide to Computer Methods for Engineers*, 1ª Ed., New Jersey (USA), Prentice Hall, Inc., 255 p.

STEPHAN, G. & LUDWIG, F.; 1996. *Application of Ground Penetrating Radar in Glaciology and Permafrost Prospecting*, Arctic Studies Programme, Arctic Centre, Rovaniemi (Finlândia), Vol. 1:1-25

STIKWERDA, J. C.; 1989. *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*, 1ª Ed., New York (USA), Chapman & Hall, 386 p.

TAFLOVE A. ; 1995. *Computational Eletrodinamics, The Finite Difference Time Domain Methods*, 1ª Ed., London (England), Artech House, Inc., 598 p.

VALKENBURGH, V. & NOOGER & NEVILLE, Inc.; 1968. *Radar Básico*, 2ª Ed. Lisboa (Portugal), Livraria Clássica Editora, Vol. 1, 96 p.

VIGGH, M. E. ;1963. *Modes in Lossy Stratified Media with Application to Underground Propagation of Radio Waves* IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION. Vol. 1 (1/2):318-323, Maio.

WEATHER, F. G.; 1978. *Finite Element Garlekin Methods for Differential equations*, 1ª Ed., New York (USA), Marcel Dekker, Inc. 403 p.

WILKINSON, J. H.; 1965. *The Algebraic Eigenvalue Problem*, 1ª Ed., New York (USA) Oxford University Press Inc., 662 p.

WWW.FDTD.ORG - *The National Science Foundation* 4201 Wilson Boulevard, Arlington, Virginia 22230, USA (21/07/2001)

ZENG, X. & McMECHAN, G. A. & CAI, J. & CHEN H.W.; 1995. *Comparison Of Ray And Fourier Methods For Modeling Monostatic Ground-Penetrating Radar Profiles*, Geophysics, Tulsa (Canadá), Vol. 60(6):1727-1734, Nov.-Dez.

YEE, K.; 1966. *Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell Equations In Isotropic Media*, Ieee Transactions On Antennas And Propagation, New York (USA) Vol., 14 (3):302-307, Maio.

Anexos

Programa em linguagem C++ para o cálculo dos campos elétricos e magnéticos nas equações de Maxwell, através do método das Diferenças Finitas.

```

/*****
*
*   UFRGS - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
*   DEMIN - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA de MINAS
*   LAMGA - LABORATORIO DE MODELAGEM GEOLOGICA E AMBIENTAL
*
*   PROGRAMA PARA CÁLCULO DE CAMPO ELETROMAGNÉTICO
*
*   SIMULADOR FDTD P/ GEORRADAR UFRGS, ADAPTADO, DO PROGRAMA
*   CRIADO POR FERNANDEZ, SALLES E BONADIMAN (2001), POR J.VIEIRA E
*   BONADIMAN
*
*****/

#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <float.h>
#include <time.h>
#include <signal.h>
#include <string.h>

#define VERSAO          "3.0"

// SETTINGS
//
*****
**
#define NUM_MAX_ITERACAO 1000
#define INTERVALO          100 // INTERVALO PARA GRAVACAO DE
DADOS
#define AVISO_GRAVACAO  100 // PARA CADA INTERVALO ELE MANDA UMA
MENSAGEM PARA A TELA (ANDAMENTO)

#define GRAVA_FRAME_E  1 // 1 PARA GRAVAR CAMPOS ELETROMAGNETICOS
NA REGIAO DE ESTUDO
#define GRAVA_ANTENA  1 // 1 PARA GRAVAR CAMPOS ELETROMAGNETICOS
NA REGIAO DA ANTENA
#define GRAVA_BORDA  0 // 1 PARA GRAVAR A SAR E |E| COM A BORDA
ABSORVEDORA

```

```

#define GRAVA_TELA    0 // 1 PARA GRAVAR A MATRIZ CAMADA (PARA
DEBUG)
#define GRAVA_PTO    0 // 1 PARA GRAVAR UM DETERMINADO PONTO AO
LONGO DO TEMPO
#define MATHLAB      0 // 1 PARA GRAVAR NO FORMATO MATHLAB
#define QUAL_MATERIAL 1 // 1 PARA CAMADA E 0 PARA O AR

#define GRAVA_COR    1 // 1 PARA GRAVAR CORTES CORONAIS
#define TIPODANTENA  "Dipolo de 1/2 de onda" // DIPOLO DE MEIA ONDA

// CONSTANTES DE TAMANHO E DISTANCIAS
#define TAM_BORDAX 30
#define TAM_BORDAY 30
#define TAM_BORDAZ 30
#define TAM_AR1   12 // Ar antes da antena
#define TAM_ANTENA 2 // Largura da antena
#define TAM_AR2   0 // Ar entre a antena e a Terra
#define TAM_DA_CAB 208 // Largura das camada
#define TAM_AR3   0 // Ar entre a camada e a borda

// CONSTANTES DO ARQUIVO COM A MATRIZ DE ELEMENTOS (.FD)
#define ny 171 // LINHAS
#define nx 171 // COLUNAS
#define nz
(2*TAM_BORDAZ)+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_DA_CAB+TAM_AR2+TAM_A
R3

//
*****
**

// CONSTANTES USADAS EM TODO O PROGRAMA
#define FREQUENCIA (1.0e9) // FREQUENCIA DA FONTE:
1.0 GHz
#define LIGHT_SPEED (299792458.0)
#define MU_0 (1.2566370614359172953850573533118e-6)
#define EPS_0 (8.8541878176203898505365630317164e-12)
#define UM (1.0)
#define DOIS (2.0)

// CONSTANTES PARA DEFINICAO ESPACIAL

#define AR 0
#define CAMADA1 1
#define CAMADA2 2
#define CAMADA3 3
#define BORDAX 4
#define BORDAY 5
#define BORDAZ 6
#define CANTO 7

```

```
#define METAL 10
#define TERRA 11
#define EXCITACAO 12
#define CAMPOX 13
#define CAMPOY 14
#define CAMPOZ 15
#define CAMPOSXY 16
#define CAMPOSXZ 17
#define CAMPOSYZ 18
#define TODCAMPOS 19
```

```
// CONSTANTES PARA A MATRIZ DE TECIDOS
```

```
#define MU 0
#define RO 1
#define SIGX 2
#define SIGY 3
#define SIGZ 4
#define EPS 5
#define MAGSIGX 6
#define MAGSIGY 7
#define MAGSIGZ 8
#define CALORESP 9
#define CONDUTERM 10
#define SANGUE 11
```

```
// CONSTANTES PARA A BORDA ABSORVEDORA
```

```
#define IMPED_O 377

#define MUDIVEPS (141925.729082)
#define TEMP_SIG (0.702)
#define TEMP_SIGM (TEMP_SIG*MUDIVEPS)
```

```
// CONSTANTES PROPOSTAS ESTATISTICAMENTE POR BERENGER
```

```
#define ALPHA 1.5851
#define BETA-1.0156
#define GAMA 0.18495
#define M_REFL 0.01 // Maxima Reflexao aceita na PLM
```

```
// CONSTANTES PARA MEDIDAS
```

```
#define MEDE_VELOC 1 // MEDE A VELOCIDADE DA ONDA
#define DELTA_DIST 50 // PIXELS DE DISTANCIA ENTRE OS PONTOS 1 E 2
#define RAO_POT 100 // 0 NAO CALCULA -> RAO PARA CALCULO DE POT.
IRRADIADA
```

```
// MATRIZ DE TECIDOS E BORDA
```

```
double material[20][12]=
/*      mu      ro      sigx      sigy      sigz      eps      magsix      magsiy      magsiz
caloresp conduterm  sangue*/
/* AR */      {{MU_0,0.0013,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  EPS_0,  0.0,  0.0,
              0.0,  0.0,  0.0,  0.0}},
/* CAMADA1 */      {MU_0,1.1000,  0.6000,  0.6000,  0.6000,  34.5000*EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  3500,  0.50,  8652},
/* CAMADA2 */      {MU_0,1.0400,  1.2100,  1.2100,  1.2100,  58.5000*EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  3500,  0.60,  3488},
/* CAMADA3 */      {MU_0,1.0300,  1.2300,  1.2300,  1.2300,  55.0000*EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  3500,  0.60,  37822},
/* */      {MU_0,1.8500,  0.1050,  0.1050,  0.1050,  8.0000*EPS_0,  0.0,
0.0,  0.0,  1300,  0.30,  1401},
/* */      {MU_0,1.0200,  1.6800,  1.6800,  1.6800,  67.9000*EPS_0,  0.0,
0.0,  0.0,  3900,  0.50,  0.0},
/* BORDAX */      {MU_0, 1.0, TEMP_SIG,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0,
EPS_0, TEMP_SIGM,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* BORDAY */      {MU_0, 1.0,  0.0, TEMP_SIG,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0,
EPS_0,  0.0,TEMP_SIGM,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* BORDAZ */      {MU_0, 1.0,  0.0,  0.0, TEMP_SIG,  0.0,  0.0,  0.0,
EPS_0,  0.0,  0.0,TEMP_SIGM,  0.0,  0.0,  0.0},
/* CANTO */      {MU_0, 1.0, TEMP_SIG, TEMP_SIG, TEMP_SIG,
EPS_0, TEMP_SIGM,TEMP_SIGM,TEMP_SIGM,  0.0,  0.0,  0.0},
/* METAL */      {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* TERRA */      {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* EXCITACAO */ {MU_0,0.0013,  0.0,  0.0,  0.0,  EPS_0,  0.0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* CAMPOX */      {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* CAMPOY */      {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* CAMPOZ */      {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* CAMPOSXY */      {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* CAMPOSXZ */      {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* CAMPOSYZ */      {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0},
/* TODCAMPOS */ {MU_0, 1.0,  5.8e7,  5.8e7,  5.8e7,  EPS_0,
0.0,  0.0,  0.0,  0.0,  0.0}};
```

```
// DECLARACAO DE FUNCOES
```

```
void Gera_bordaz(int k);
void Gera_matriz_ar(int k);
void Gera_antena1(int k, int);
```

```

void faz_calc_hx(double, double, double, double, double, double, double *atingiu_borda,
double *degringolou);
void faz_calc_hy(double, double, double, double, double, double, double *atingiu_borda,
double *degringolou);
void faz_calc_hz(double, double, double, double, double, double, double *atingiu_borda,
double *degringolou);
void faz_calc_ex(double, double, double, double, double, double, double *atingiu_borda,
double *degringolou);
void faz_calc_ey(double, double, double, double, double, double, double *atingiu_borda,
double *degringolou);
void faz_calc_ez(double dx, double dy, double dz, double dt, double *cpopele, double
*cpomusc,
double *cpoosso, double *cpoolho, double
*cpcereb, double *cpoar,
double berenger_g, double sigma_zero, double,
double *atingiu_borda,
double *degringolou);

void grava_tela_cab(int k);
void grava_rel_sar(double, double, double, double, double, double, double, double, double,
double, int,
double, double, double, double, int, double,
double, int, int, double, double);
void signal_handler_fpu(int *p);
void signal_handler_sigsev(int *p);
void erro_alocacao(void);

void grava_cpo_fro(int, int, int, int, int, int);

// DECLARACAO DE PONTEIROS

double ***ex, ***ey, ***ez;
double ***hx, ***hy, ***hz;

time_t horacom,horaini;

// MATRIZ DA ANTENA (DEVE TER MENOS QUE 20 PONTOS, POIS AQUI
DECLARO COM 20)

int antena[20][3];

// DECLARACAO DE MATRIZES

```

```

int cab[nx+2*TAM_BORDAY][ny+2*TAM_BORDAX][nz];
double guarda_cpo[91][3];

// *****
// * INICIO DO ALGORITMO PRINCIPAL *
// *****

void main(int argc,char *argv[])
{
    int i,j,k,inter,bytesalocados,contant,nro_fontes,auxi,auxj,auxk,ctagrav,
        gravabx,gravaby,nmax,soma_iter_av,m_int_pto1,m_int_pto2,m_aux_zer;

    unsigned int interacao,interacoes;

    double
    TempoAtualSimulado,TempoTotalSimulado,omega,dx,dy,dz,dt,diff_time,fonte,

    cpopele,cpomusc,cpoosso,cpoolho,cpocereb,cpoar,log_g,berenger_g,sigma_zero,

    nro_cel_borda,atingiu_borda,degringolou,nro_iterac,m_val_pto1,m_val_pto2,
        m_ant_pto1,m_ant_pto2,m_aux_pot;

    char nomarq[20],nompto[20];

    time_t time1,time2;

    FILE *arqpoto,*arqpot;

// #ifdef __WIN32__
//     if(signal(SIGFPE,signal_handler_fpu) == SIG_ERR)
//         printf("Erro Signal sigfpe\n");
//     if(signal(SIGSEGV,signal_handler_sigsev) == SIG_ERR)
//         printf("Erro Signal sigsegv\n");
// #endif

    interacoes = NUM_MAX_ITERACAO;

    omega = DOIS*M_PI*FREQUENCIA;

// VARIAVEIS PARA RELATORIO

    cpopele=0;
    cpomusc=0;
    cpoosso=0;
    cpoolho=0;
    cpocereb=0;
    cpoar=0;
    m_aux_zer=0;
    nro_iterac=0.0;
    degringolou=0.0;

```

```

m_val_pto1=0.0;
m_val_pto2=0.0;
m_ant_pto1=0.0;
m_ant_pto2=0.0;
m_int_pto1=0;
m_int_pto2=0;
soma_iter_av=0;
atingiu_borda=0.0;
m_aux_pot=0.0;

// VARIAVEIS PARA MAGIC-STEP 10 mm

dx = 1e-2;
dy = 1e-2;
dz = 1e-2;

// dt PARA MAGIC-STEP

dt = dx/(LIGHT_SPEED*sqrt(3));

fonte=0.0;

TempoTotalSimulado = interacoes*dt;

// CALCULOS PARA A BORDA DE BERENGER
// if ( nx>ny && nx>(nz-(2*TAM_BORDAZ)))
//     nmax = nx;
// else if (ny>nx && ny>(nz-(2*TAM_BORDAZ)))
//     nmax = ny;
// else if ((nz-(2*TAM_BORDAZ))>nx && (nz-(2*TAM_BORDAZ))>ny)
//     nmax = (nz-(2*TAM_BORDAZ));
// else
//     nmax = nx;

log_g = ALPHA+BETA*log10(nmax)+GAMA*pow(log10(nmax),2.0);
berenger_g = pow(10.0,log_g);

// Tamanho da borda devera ser SEMPRE maior que nro_cel_borda
nro_cel_borda = (1/log(berenger_g))*log(1-(sqrt(berenger_g)-
1)*log10(M_REFL)*ny*100000/(2*M_PI));

sigma_zero = -
((EPS_0*LIGHT_SPEED)/(2*dx))*(log(berenger_g)/(pow(berenger_g,nmax)-
1))*log(M_REFL);

// IMPRIME CABECALHO NA TELA

fprintf(stdout,"***** \n");

```



```

    fprintf(stdout,"UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL (UFRGS)
\n");
    fprintf(stdout,"  DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS (DEMIN)
\n");
    fprintf(stdout,"LABORATORIO DE MODELAGEM GEOL. E AMBIENTAL
(LAMGA )\n");
    fprintf(stdout,"  SIMULADOR FDTD P/ GEORRADAR UFRGS - 2002
\n",VERSAO);
    fprintf(stdout,"***** \n\n");

//    if (QUAL_MATERIAL)
        fprintf(stdout, "Material em Estudo...: Modelo Geologico\n");
//    else
//        fprintf(stdout, "Material em Estudo...: AR\n");

    fprintf(stdout, "N.mero de Itera#oes...: %d\n",NUM_MAX_ITERACAO);
    fprintf(stdout, "Intervalo de Grava##o: %d\n",INTERVALO);
//    fprintf(stdout, "Memoria Necessaria...: %f MBytes\n",
((bytesalocados/1000000.0)+100));
    fprintf(stdout, "Antena Utilizada.....: %s\n",TIPODANTENA);
    fprintf(stdout, "Frequencia.....: %lg Hz\n",FREQUENCIA);
    fprintf(stdout, "Comprimento de Onda..: %lg
m\n",LIGHT_SPEED/FREQUENCIA);
    fprintf(stdout, "Distancia Total.....: %lg m ou %lg comprimento(s) de onda\n"
,
LIGHT_SPEED*dt*NUM_MAX_ITERACAO
,
((LIGHT_SPEED*dt*NUM_MAX_ITERACAO)/(LIGHT_SPEED/FREQUENCIA))
);

    fprintf(stdout, "%dx%d%d celulas\ndx=%lg metros\ndy=%lg metros\ndz=%lg\
metros \ndt=%lg segundos\n",nx+2*TAM_BORDERDAY, ny+2*TAM_BORDERAX, nz, dx, dy,
dz,dt);

//    if (GRAVA_FRAME_SAR)
//        fprintf(stdout, "Grava a SAR a cada %d iteracoes, %lg
segundos\n",INTERVALO,INTERVALO*dt);
//    if (GRAVA_FRAME_E)
//        fprintf(stdout, "Grava o |E| a cada %d iteracoes, %lg
segundos\n",INTERVALO,INTERVALO*dt);
//    if (GRAVA_ANTENA)
//        fprintf(stdout, "Grava o |E| da ANTENA a cada %d iteracoes, %lg
segundos\n",INTERVALO,INTERVALO*dt);

//    if (QUAL_MATERIAL)
//        fprintf(stdout, "Distancia da Antena Solo = %lg cm\n",TAM_AR2*dx*100);

    fprintf(stdout,"***** \n\n");
    fflush(stdout);

```

```
auxi = TAM_BORDAY+128;
auxj = TAM_BORDAX+ny-3;
auxk = TAM_BORDAZ+TAM_AR1;

for (k = 0 ; k <= 90 ; k++)
{

    i = ( auxi + (int)RAIO_POT*cos(k) );
    j = ( auxj - (int)RAIO_POT*sin(k) );

    fprintf(stdout, "i=%d j=%d k=%d\n",i,j,auxk);
}
fflush(stdout);

contant= 1;
inter = 0;

// CARREGA OS ARQUIVOS PARA AS MATRIZES

printf("Carregando Matrizes... \n");
fflush(stdout);

// CARREGA BORDA ABSORVEDORA NA DIMENCAO Z
for( k = 0 ; k < TAM_BORDAZ ; k ++ )
    Gera_bordaz(k);

// CARREGA MATRIZ DE AR
for( k = TAM_BORDAZ ; k < TAM_BORDAZ+TAM_AR1 ; k ++ )
    Gera_matriz_ar(k);

printf("Carregando Antena... \n");
fflush(stdout);

// CARREGA ANTENA
for( k = TAM_BORDAZ+TAM_AR1 ; k <
TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA ; k ++ )
    Gera_matriz_ar(k);

// CARREGA MATRIZ DE AR
for( k = TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA ; k <
TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2 ; k ++ )
    Gera_matriz_ar(k);

// if (QUAL_MATERIAL)
{
    // CARREGA MATRIZ DA CAMADA
    contant= 1;
    for( k = TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2 ; k <
TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2+TAM_DA_CAB/2 ; k ++ )
        Gera_matriz_ar(k, contant++);
    contant= TAM_DA_CAB/2;
```



```

cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=EXCITACAO;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;
cab[TAM_BORDAY+64][TAM_BORDAX+ny-
101][TAM_BORDAZ+TAM_AR1]=METAL;

printf("Carga de Matrizes Finalizada... \n");
fflush(stdout);

if (GRAVA_TELA)
{
    grava_tela_cab(TAM_BORDAZ+TAM_AR1);
    grava_tela_cab(2);
    for( k = 0 ; k < 4 ; k ++ )
        grava_tela_cab(k);
}

// INICIA MATRIZ COM A POSICAO PARA A FONTE (ANTENA)

printf("Iniciando posicionamento da fonte... \n");
fflush(stdout);

nro_fontes=0;

for( k = TAM_BORDAZ+TAM_AR1 ; k <
TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA ; k ++ )
{
    for( j = 0 ; j < 2*TAM_BORDAX+ny ; j ++ )
    {
        for( i = 0 ; i < 2*TAM_BORDAY+nx ; i ++ )
        {
            if ( cab[i][j][k] == EXCITACAO )
            {
                antena[nro_fontes][0]=i;

```

```

        antena[nro_fontes][1]=j;
        antena[nro_fontes][2]=k;
        nro_fontes++;
    }
}
}

// CALCULO FDTD

printf("Iniciando Calculo FDTD... \n");
fflush(stdout);

if (GRAVA_PTO)
{
    sprintf(nomarq,"campo_pto.txt");
    arqpto=fopen(nomarq,"w+");
}

if (RAIO_POT > 0 )
{
    sprintf(nompto,"potencia_cpo.txt");
    arqpot=fopen(nompto,"w+");
}

time1 = time(NULL);
horacom = time(NULL);
time(&horaini);

for(interacao = 0; interacao < interacoes; interacao++)
{
    TempoAtualSimulado = dt*(double)interacao;
    nro_iterac++;

    if((((interacao % AVISO_GRAVACAO) == 0 ) && interacao))
    {
        soma_iter_av += AVISO_GRAVACAO;
        printf("Já se Passaram %d Iterações! \n",soma_iter_av);
        fflush(stdout);
    }

    // GRAVA ARQUIVOS NAS ITERACOES DESEJADAS
    if((((interacao % INTERVALO) == 0 ) && interacao))
    {
        inter++;
        //          if (GRAVA_FRAME_SAR)
        //              fprintf(stdout, "Gravando a SAR com um total de %d
iteracoes.\n",interacao);
        //          if (GRAVA_FRAME_E)
        //              fprintf(stdout, "Gravando o |E| com um total de %d
iteracoes.\n",interacao);
    }
}

```

```

        if (GRAVA_ANTENA)
            fprintf(stdout, "Gravando a ANTENA com um total de %d
iteracoes.\n",interacao);
        fflush(stdout);

        if (GRAVA_ANTENA)
        {
            ctagrav = 0;

            if (GRAVA_SAG)
            {
                // GRAVA TODAS AS IMAGENS SAGITAIS

                // GRAVA AS IMAGENS FRONTAIS
                for( i = TAM_BORDAY-gravaby ; i <
nx+TAM_BORDAY+gravaby ; i++)
                {
                    ctagrav++;

                    grava_cpo_fro(inter,ctagrav,i,TAM_BORDAZ+TAM_AR1,TAM_BORDAZ+TAM_
AR1+TAM_ANTENA,0);
                }
            }

            ctagrav = 0;
            gravabx = 0;

            if (GRAVA_BORDA)
                gravabx = TAM_BORDAX;

            if (GRAVA_COR)
            {

                // GRAVA TODAS AS IMAGENS CORONAIS
                if (GRAVA_FRAME_SAR && GRAVA_SAG)
                    grava_sar_sag(inter,ctagrav,k,interacao+1);
            }
            // GRAVA O MODULO DO CAMPO ELETROMAGNETICO

```

```

        if (GRAVA_FRAME_E && GRAVA_SAG)
            grava_cpo_sag(inter,ctagrav,k,1);
    }

    ctagrav = 0;
    gravaby = 0;

    if (GRAVA_BORDA)
        gravaby = TAM_BORDAY;

    // GRAVA AS IMAGENS FRONTAIS
    for( i = TAM_BORDAY-gravaby ; i < nx+TAM_BORDAY+gravaby ;
i++)
    {
        ctagrav++;
        if (QUAL_MATERIAL)
        {
            // GRAVA A SAR DA CAMADA
            // GRAVA_FRAME_SAR && GRAVA_FRO)
            //
            //
            grava_sar_fro(inter,ctagrav,interacao+1,i,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTE
NA+TAM_AR2,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2+TAM_DA_C
AB);
        }
        // GRAVA O MODULO DO CAMPO ELETROMAGNETICO
        if (GRAVA_FRAME_E && GRAVA_FRO)

            grava_cpo_fro(inter,ctagrav,i,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_
AR2,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2+TAM_DA_CAB,1);
    }

    ctagrav = 0;
    gravabx = 0;

    if (GRAVA_BORDA)
        gravabx = TAM_BORDAX;

    // GRAVA AS IMAGENS CORONAIS
        // GRAVA A SAR DA CAMADA
    // GRAVA_FRAME_SAR || GRAVA_COR)
    //
    //
    grava_sar_cor(inter,ctagrav,interacao+1,j,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTE
NA+TAM_AR2,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2+TAM_DA_C
AB);
    }
    // GRAVA O MODULO DO CAMPO ELETROMAGNETICO
    if (GRAVA_FRAME_E && GRAVA_COR)

        grava_cpo_cor(inter,ctagrav,j,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_
AR2,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2+TAM_DA_CAB,1);
    }

```

```

    }

    // ATUALIZACAO DA ANTENA

    fonte = sqrt(2)*sin(omega*TempoAtualSimulado);

    for ( i=0 ; i<nro_fontes ; i++)
    {
        auxi=antena[i][0];
        auxj=antena[i][1];
        auxk=antena[i][2];
        ey[auxi][auxj][auxk] = fonte;
    }

    // CALCULA OS CAMPOS MAGNETICOS

    faz_calc_hx(dy,dz,dt,berenger_g,sigma_zero,nro_iterac,&atingiu_borda,&degringolou
);

    faz_calc_hy(dx,dz,dt,berenger_g,sigma_zero,nro_iterac,&atingiu_borda,&degringolou
);

    faz_calc_hz(dy,dx,dt,berenger_g,sigma_zero,nro_iterac,&atingiu_borda,&degringolou
);

    // CALCULA OS CAMPOS ELETRICOS

    faz_calc_ex(dy,dz,dt,berenger_g,sigma_zero,nro_iterac,&atingiu_borda,&degringolou
);

    faz_calc_ey(dx,dz,dt,berenger_g,sigma_zero,nro_iterac,&atingiu_borda,&degringolou
);

    faz_calc_ez(dx,dy,dz,dt,&cpople,&cpomusc,&cposso,&cpoolho,&cpocereb,&cpoar
,
berenger_g,sigma_zero,nro_iterac,&atingiu_borda,&degringolou);

    if (MEDE_VELOC)
    {
        if (m_int_pto1 == 0 || interacao >= 50)
        {
            auxi = TAM_BORDAY+128;
            auxj = TAM_BORDAX+ny-11;
            auxk = TAM_BORDAZ+TAM_AR1+50;

            m_val_pto1 = sqrt(
(ex[auxi][auxj][auxk]*ex[auxi][auxj][auxk])+
(ey[auxi][auxj][auxk]*ey[auxi][auxj][auxk])+

```



```

(ez[auxi][auxj][auxk]*ez[auxi][auxj][auxk]));

        if ( m_val_pto1 < m_ant_pto1 )
        {
            m_int_pto1 = interacao-1;
            m_val_pto1 = m_ant_pto1;
        }
        else
            m_ant_pto1 = m_val_pto1;
    }

    if (m_int_pto2 == 0 || interacao >= 100)
    {
        auxi = TAM_BORDAY+128;
        auxj = TAM_BORDAX+ny-11;
        auxk = TAM_BORDAZ+TAM_AR1+100;

        m_val_pto2 = sqrt(
(ez[auxi][auxj][auxk]*ex[auxi][auxj][auxk])+
(ey[auxi][auxj][auxk]*ey[auxi][auxj][auxk])+
(ez[auxi][auxj][auxk]*ez[auxi][auxj][auxk]));

        if ( m_val_pto2 < m_ant_pto2 )
        {
            m_int_pto2 = interacao-1;
            m_val_pto2 = m_ant_pto2;
        }
        else
            m_ant_pto2 = m_val_pto2;
    }
}

if (RAIO_POT != 0)
{
    if ( interacao > 100 )
    {
        // PONTOS DO CENTRO DA ESFERA
        auxi = TAM_BORDAY+128;
        auxj = TAM_BORDAX+ny-3;
        auxk = TAM_BORDAZ+TAM_AR1;

        for (k = 0 ; k <= 90 ; k++)
        {

            i = ( auxi + (int)RAIO_POT*cos(k) );
            j = ( auxj - (int)RAIO_POT*sin(k) );

```

```

        m_aux_pot = sqrt(
(ex[i][j][auxk]*ex[i][j][auxk])+(ey[i][j][auxk]*ey[i][j][auxk])+
        (ez[i][j][auxk]*ez[i][j][auxk]) );

        guarda_cpo[k][0] += m_aux_pot;

        if ( guarda_cpo[k][1] < m_aux_pot )
            guarda_cpo[k][1] = m_aux_pot;

        guarda_cpo[k][2] += sqrt(
(ex[i][j][auxk]*ex[i][j][auxk])+
        (ey[i][j][auxk]*ey[i][j][auxk]) );
    }
}

if (GRAVA_PTO)
{
    fprintf(arqpto,"%d; ",interacao);

    auxi = TAM_BORDAY+128;
    auxj = TAM_BORDAX+ny-11;
    auxk = TAM_BORDAZ+TAM_AR1+50;
    fprintf(arqpto,"%0.4e;
",sqrt((ex[auxi][auxj][auxk]*ex[auxi][auxj][auxk])+
(ey[auxi][auxj][auxk]*ey[auxi][auxj][auxk])+(ez[auxi][auxj][auxk]*
ez[auxi][auxj][auxk])));

    auxi = TAM_BORDAY+128;
    auxj = TAM_BORDAX+ny-11;
    auxk = TAM_BORDAZ+TAM_AR1+100;
    fprintf(arqpto,"%0.4e;
",sqrt((ex[auxi][auxj][auxk]*ex[auxi][auxj][auxk])+
(ey[auxi][auxj][auxk]*ey[auxi][auxj][auxk])+(ez[auxi][auxj][auxk]*
ez[auxi][auxj][auxk])));

    auxi = TAM_BORDAY+178;
    auxj = TAM_BORDAX+ny-11;
    auxk = TAM_BORDAZ+TAM_AR1;
    fprintf(arqpto,"%0.4e;
",sqrt((ex[auxi][auxj][auxk]*ex[auxi][auxj][auxk])+
(ey[auxi][auxj][auxk]*ey[auxi][auxj][auxk])+(ez[auxi][auxj][auxk]*
ez[auxi][auxj][auxk])));

    auxi = TAM_BORDAY+228;

```

```

        auxj = TAM_BORDAX+ny-11;
        auxk = TAM_BORDAZ+TAM_AR1;
        fprintf(arqpto,"%0.4e;
",sqrt((ex[auxi][auxj][auxk]*ex[auxi][auxj][auxk])+
(ey[auxi][auxj][auxk]*ey[auxi][auxj][auxk])+(ez[auxi][auxj][auxk]*
ez[auxi][auxj][auxk])));

        fprintf(arqpto,"\n");
    }
}

// *****
// FIM DOS CALCULOS
// INICIO DAS GRAVAÇÕES FINAIS
// *****

if (GRAVA_PTO)
{
    fprintf(stdout, "Salvando Arquivo com a Tabela de Campos nos Pontos
Escolhidos.\n");
    fclose(arqpto);
}

if ( RAIIO_POT > 0 )
{
    fprintf(stdout, "Salvando Arquivo com a Tabela de Campos com Angulos de 0
a 90.\n");

    for (i = 0 ; i <= 90 ; i++)
    {
        fprintf(arqpot,"%0d; ",i);

        fprintf(arqpot,"%0.4e; ",guarda_cpo[i][0]/(NUM_MAX_ITERACAO-
100));

        fprintf(arqpot,"%0.4e; ",guarda_cpo[i][1]);

        fprintf(arqpot,"%0.4e; ",guarda_cpo[i][2]/(NUM_MAX_ITERACAO-
100));

        fprintf(arqpot,"\n");
    }
    fclose(arqpot);
}

// GRAVANDO ARQUIVOS FINAIS

```

```

    if (GRAVA_FRAME_E)
        fprintf(stdout, "Gravando |E| FINAL com %lg segundos de
simulacao.\n", TempoAtualSimulado);
    if (GRAVA_ANTENA)
        fprintf(stdout, "Gravando ANTENA FINAL com %lg segundos de
simulacao.\n", TempoAtualSimulado);

    fflush(stdout);

    if (GRAVA_ANTENA)
    {
        ctagrav = 0;

        if (GRAVA_SAG)
        {
            // GRAVA AS IMAGENS FRONTAIS
            for( i = TAM_BORDERDAY-gravaby ; i < nx+TAM_BORDERDAY+gravaby ;
i++)
                {
                    ctagrav++;

                    grava_cpo_fro(99,ctagrav,i,TAM_BORDERAZ+TAM_AR1,TAM_BORDERAZ+TAM_A
R1+TAM_ANTENA,0);
                }

            ctagrav = 0;
            gravabx = 0;

            if (GRAVA_BORDA)
                gravabx = TAM_BORDERAX;

            // GRAVA O MODULO DO CAMPO ELETROMAGNETICO

            // GRAVA AS IMAGENS FRONTAIS
            for( i = TAM_BORDERDAY-gravaby ; i < nx+TAM_BORDERDAY+gravaby ; i++)
            {
                ctagrav++;
                if (QUAL_MATERIAL)
                {

//
                    grava_sar_fro(99,ctagrav,NUM_MAX_ITERACAO,i,TAM_BORDERAZ+TAM_AR1+
TAM_ANTENA+TAM_AR2,TAM_BORDERAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2+
TAM_DA_CAB);
                }
                // GRAVA O MODULO DO CAMPO ELETROMAGNETICO
                if (GRAVA_FRAME_E && GRAVA_FRO)

```

```

        grava_cpo_fro(99,ctagrav,i,TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2,
TAM_BORDAZ+TAM_AR1+TAM_ANTENA+TAM_AR2+TAM_DA_CAB,1);
    }

    ctagrav = 0;
    gravabx = 0;

    if (GRAVA_BORDA)
        gravabx = TAM_BORDAX;
    }
    // GRAVA O MODULO DO CAMPO ELETROMAGNETICO
// RELATORIOS

    grava_rel_sar(dx,dy,dz,dt,cpopele,cpomusc,cpoosso,cpoolho,cpocereb,cpoar,bytesaloc
ados,

nro_cel_borda,log_g,berenger_g,sigma_zero,nmax,atingiu_borda,degringolou,
        m_int_pto1,m_int_pto2,m_val_pto1,m_val_pto2);

    // AVISOS FINAIS

    time2=time(NULL);

    fprintf(stdout, "\n");
    fprintf(stdout, "SIMULACAO CONCLUIDA!!\n");
    fprintf(stdout, "\n");
    fprintf(stdout, "Tempo Total Simulado = %lg segundos em %d
interacoes\n",TempoTotalSimulado,interacao);
    fprintf(stdout, "\n");
    diff_time = difftime(time2,time1);
    fprintf(stdout, "Tempo Total = %lg segundos\n",diff_time);
    fprintf(stdout, "Feito com %lg interacoes por
segundo\n", (double)diff_time/(double)interacao);
    fprintf(stdout, "\n");
    fflush(stdout);

}

/*****
*****
**
** ROTINAS PARA P PROGRAMA PRINCIPAL
**
**
*****
*****/

/*****
*
* FUNCAO: Gera_bordaz()

```

```

*
* RECEBE: Numero do Corte
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Criar uma tela de AR com borda absorvedora
*   OBS:   Nesta funcao, i=linha e j=coluna
*
*****/
void Gera_bordaz(int k)
{
    int i,j,contai;

    contai=0;

    // IMPLEMENTA A BORDA SUPERIOR
    for(i = 0 ; i < TAM_BORDAX ; i++)
    {
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDAY ; j++)
        {
            if (j<TAM_BORDAY || j>=nx+TAM_BORDAY)
            {
                cab[j][contai][k] = CANTO;
            }
            else
            {
                cab[j][contai][k] = BORDAX;
            }
        }
        contai++;
    }

    // IMPLEMENTA A BORDA Z
    for(i = 0 ; i < ny ; i++)
    {
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDAY ; j++)
        {
            if (j<TAM_BORDAY || j>=nx+TAM_BORDAY)
            {
                cab[j][contai][k] = BORDAY;
            }
            else
            {
                cab[j][contai][k] = BORDAZ;
            }
        }
        contai++;
    }

    // IMPLEMENTA A BORDA INFERIOR
    for(i = 0 ; i < TAM_BORDAX ; i++)
    {
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDAY ; j++)

```

```

        {
            if (j<TAM_BORDAY || j>=nx+TAM_BORDAY)
            {
                cab[j][contai][k] = CANTO;
            }
            else
            {
                cab[j][contai][k] = BORDAX;
            }
        }
        contai++;
    }
}

/*****
*
* FUNCAO: Gera_matriz_ar()
*
* RECEBE: Numero do Corte
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Criar uma tela de AR com borda absorvedora
* OBS: Nesta funcao, i=linha e j=coluna
*
*****/
void Gera_matriz_ar(int k)
{
    int i,j,contai=0;

    /* IMPLEMENTA A BORDA SUPERIOR */
    for(i = 0 ; i < TAM_BORDA ; i++)
    {
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
        {
            if (j<TAM_BORDA || j>=nx+TAM_BORDA)
            {
                cab[j][contai][k] = AR;
            }
            else
            {
                cab[j][contai][k] = AR;
            }
        }
        contai++;
    }

    /* IMPLEMENTA O AR */
    for(i = 0 ; i < ny ; i++)
    {
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
        {
            if (j<TAM_BORDA || j>=nx+TAM_BORDA)

```

```

        {
            cab[j][contai][k] = AR;
        }
        else
        {
            cab[j][contai][k] = AR;
        }
    }
    contai++;
}

/* IMPLEMENTA A BORDA INFERIOR */
for(i = 0 ; i < TAM_BORDA ; i++)
{
    for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
    {
        if (j<TAM_BORDA || j>=nx+TAM_BORDA)
        {
            cab[j][contai][k] = AR;
        }
        else
        {
            cab[j][contai][k] = AR;
        }
    }
    contai++;
}
}

/*****
****
*
* FUNCAO: Gera_antena1()
*
* RECEBE: Numero do Corte
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Passar a antena do arquivo .fd para uma matriz
* OBS: Nesta funcao, i=linha e j=coluna
*
****/
void Gera_antena1(int k, int contant)
{
    char tmp[10], filename[15];
    int i,j,contai,num,soma_ai;

    FILE *fp;

```



```
printf(filename, "/u/fdtdeb/teste/monop%d.fd", contant);
fp=fopen(filename, "r");

if(!fp)
{
printf("\nNao consigo abrir o arquivo %s", tmp);
fflush(stdout);
exit(0);
}

fgets(tmp, 10, fp);
num = atoi(tmp);
fgets(tmp, 10, fp);
num = atoi(tmp);

contai=0;

/* IMPLEMENTA A BORDA SUPERIOR */
for(i = 0 ; i < TAM_BORDA ; i++)
{
for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
{
if (j<TAM_BORDA || j>=nx+TAM_BORDA)
cab[j][contai][k] = CANTO;
else
cab[j][contai][k] = BORDAX;
}
contai++;
}

contai=contai+ny-1;

j = 0;

do
{
/* IMPLEMENTA A BORDA A ESQUERDA */
if (j == 0)
{
if (contai == TAM_BORDA-1)
break;

for (j = 0 ; j<TAM_BORDA ; j++)
cab[j][contai][k] = BORDAY;
}

fgets(tmp, 10, fp);
num = atoi(tmp);
}
```

```

        if( num == -1 )
        {

                if (contai == TAM_BORDA-1)
                        break;

                /* IMPLEMENTA A BORDA A DIREITA */
                for ( soma_ai = 0 ; soma_ai<TAM_BORDA ; soma_ai++ )
                        cab[j++][contai][k] = BORDAY;

                contai--;
                j = 0;

        }
        else
        /* PEGA VALORES DO ARQUIVO */
        {
                cab[j][contai][k] = num;
                j++;
        }

} while( !feof(fp) );

contai=contai+ny+1; /* Soma +2 pois no fim do .FD tem um (-1) */

/* IMPLEMENTA A BORDA INFERIOR */
for(i = 0 ; i < TAM_BORDA ; i++)
{
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
        {
                if (j<TAM_BORDA || j>=nx+TAM_BORDA)
                        cab[j][contai][k] = CANTO;
                else
                        cab[j][contai][k] = BORDAX;
        }
        contai++;
}
fclose(fp);
}

/*****
****
*
* FUNCAO: Gera_cabeca()
*
* RECEBE: Numero do Corte
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Passar a antena do arquivo .fd para uma matriz
* OBS: Nesta funcao, i=linha e j=coluna
*

```

```
*****
****/
void Gera_cabeca(int k, int contant)
{

    char tmp[10], filename[15];
    int i,j,contai,num,soma_ai,nro_pescoco;

    FILE *fp;

    if (contant<10)
        sprintf(filename,"/u/fdtdeb/teste/cab00%d.fd",contant);
    else if (contant<100)
        sprintf(filename,"/u/fdtdeb/teste/cab0%d.fd",contant);
    else
        sprintf(filename,"/u/fdtdeb/teste/cab%d.fd",contant);

    fp=fopen(filename,"r");

    if(!fp)
    {
        printf("\nNao consigo abrir o arquivo %s",tmp);
        fflush(stdout);
        exit(0);
    }

    fgets(tmp,10,fp);
    num = atoi(tmp);
    fgets(tmp,10,fp);
    num = atoi(tmp);

    contai=0;

    /* IMPLEMENTA A BORDA SUPERIOR */
    for(i = 0 ; i < TAM_BORDA ; i++)
    {
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
        {
            if (j<TAM_BORDA || j>=nx+TAM_BORDA)
                cab[j][contai][k] = AR;
            else
                cab[j][contai][k] = AR;
        }
        contai++;
    }

    if (SOMANY != 0)
    {
        /* IMPLEMENTA CAMADA DE AR NA PARTE SUPERIOR */
        for(i = TAM_BORDA ; i < (TAM_BORDA+SOMANY) ; i++)
        {
```

```

        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
        {
            if (j<TAM_BORDA || j>=nx+TAM_BORDA)
                cab[j][contai][k] = AR;
            else
                cab[j][contai][k] = AR;
        }
        contai++;
    }
}

contai=contai+ny-SOMANY-PESCOCO-1;

nro_pescoco=contai;

j = 0;

do
{
    /* IMPLEMENTA A BORDA A ESQUERDA */
    if (j == 0)
    {
        if (contai == TAM_BORDA-1)
            break;

        for ( j = 0 ; j<TAM_BORDA ; j++ )
            cab[j][contai][k] = AR;
    }

    fgets(tmp,10,fp);
    num = atoi(tmp);

    if( num == -1 )
    {
        if (contai == TAM_BORDA-1)
            break;

        /* IMPLEMENTA A BORDA A DIREITA */
        for ( soma_ai = 0 ; soma_ai<TAM_BORDA ; soma_ai++ )
            cab[j++][contai][k] = AR;

        contai--;
        j = 0;
    }
    else
    /* PEGA VALORES DO ARQUIVO */
    {
        cab[j][contai][k] = num;
    }
}

```

```

        j++;
    }
} while( !feof(fp) );

contai=contai+ny-SOMANY-PESCOCO+2; /* Soma +2 pois no fim do .FD tem um (-
1) */

if (PESCOCO != 0)
{
    /* IMPLEMENTA O PESCOCO NA PARTE INFERIOR */
    for(i = 0 ; i < PESCOCO ; i++)
    {
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
        {
            cab[j][contai][k] = cab[j][nro_pescoco][k];
        }
        contai++;
    }
}

/* IMPLEMENTA A BORDA INFERIOR */
for(i = 0 ; i < TAM_BORDA ; i++)
{
    for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDA ; j++)
    {
        if (j<TAM_BORDA || j>=nx+TAM_BORDA)
            cab[j][contai][k] = AR;
        else
            cab[j][contai][k] = AR;
    }
    contai++;
}

fclose(fp);
}
/*****
*
* FUNCAO: faz_calc_hx()
*
* RECEBE: Corte Inicial, Corte Final e Parametros Espaciais
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Calcula e Atualiza os Campos Hx para as Telas da Antena
* OBS:
*
*****/
void faz_calc_hx(double dy, double dz, double dt, double berenger_g, double sigma_zero,
                double nro_iterac, double *atingiu_borda, double
*degringolou)
{
    int i,j,k,aux,dist_by,dist_bz;

```

```

double mu,sigy,sigz,sigmy,sigmz,Day,Daz,Dby,Dbz;

// ATUALIZANDO OS CAMPOS H
// #ifdef _CRAYC
//     #pragma _CRI ivdep
//     #pragma _CRI concurrent
// #endif
for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDAY); i++)
{
    for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDAX-1); j++)
    {
        for(k=0; k<nz-1; k++)
        {
            aux = cab[i][j][k];

            mu = material[aux][MU];

            if (j>=TAM_BORDAX && j<ny+TAM_BORDAX &&
i>=TAM_BORDAY && i<nx+TAM_BORDAY &&
                k>=TAM_BORDAZ && k<nz+TAM_BORDAZ)
            {
                sigmy = material[aux][MAGSIGY];
                sigmz = material[aux][MAGSIGZ];
            }
            else
            {
                // IMPLEMENTA A BORDA BERENGER
                if (i<TAM_BORDAY)
                    dist_by = TAM_BORDAY-i;
                else if (i>=nx+TAM_BORDAY)
                    dist_by = i-TAM_BORDAY-nx;

                if (k<TAM_BORDAZ)
                    dist_bz = TAM_BORDAZ-k;
                else if (k>=nz+TAM_BORDAZ)
                    dist_bz = k-TAM_BORDAZ-nz;

                sigy =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAY),dist_by);
                sigz =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAZ),dist_bz);

                sigmy = sigy*MU_0/EPS_0;
                sigmz = sigz*MU_0/EPS_0;
            }

            Day = (UM - (sigmy*dt)/(DOIS*mu))/(UM +
(sigmy*dt)/(DOIS*mu));
            Dby = (dt/mu) / (UM + (sigmy*dt)/(DOIS*mu));

```

```

Daz = (UM - (sigmz*dt)/(DOIS*mu))/(UM +
(sigmz*dt)/(DOIS*mu));
Dbz = (dt/mu) / (UM + (sigmz*dt)/(DOIS*mu));

hx[i][j][k] = ((Daz+Day)/DOIS)*hx[i][j][k] +
(Dbz*(ey[i][j][k+1] - ey[i][j][k])/dz
- Dby*(ez[i][j+1][k] -
ez[i][j][k])/dy );

if (*atingiu_borda == 0)
{
|| cab[i][j][k] == BORDAZ ||
if (cab[i][j][k] == BORDAX || cab[i][j][k] == BORDAY
cab[i][j][k] == CANTO)
{
if (hx[i][j][k] != 0)
*atingiu_borda = nro_iterac;
}
}

if (*degringolou == 0)
if (hx[i][j][k] > 0 || cab[i][j][k] != EXCITACAO)
*degringolou = nro_iterac;

if (cab[i][j][k] == TERRA)
{
hx[i][j][k] = 0.0;
hy[i][j][k] = 0.0;
hz[i][j][k] = 0.0;
ex[i][j][k] = 0.0;
ey[i][j][k] = 0.0;
ez[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOX)
{
hy[i][j][k] = 0.0;
hz[i][j][k] = 0.0;
ey[i][j][k] = 0.0;
ez[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOY)
{
hx[i][j][k] = 0.0;
hz[i][j][k] = 0.0;
ex[i][j][k] = 0.0;
ez[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOZ)
{
hx[i][j][k] = 0.0;
hy[i][j][k] = 0.0;

```

```

        ex[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXZ)
    {
        hy[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXY)
    {
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSYZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
    }
    }
}

}

}

}

/*****
*
* FUNCAO: faz_calc_hy()
*
* RECEBE: Corte Inicial, Corte Final e Parametros Espaciais
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Calcula e Atualiza os Campos Hy para as Telas da Antena
* OBS:
*
*****/
void faz_calc_hy(double dx, double dz, double dt, double berenger_g, double sigma_zero,
                double nro_iterac, double *atingiu_borda, double
*degringolou)
{
    int i,j,k,aux,dist_bx,dist_bz;

    double mu,sigx,sigz,sigmx,sigmz,Dax,Daz,Dbx,Dbz;

// #ifdef _CRAYC
//     #pragma _CRI ivdep
//     #pragma _CRI concurrent
// #endif
    for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDAY-1); i++)
    {
        for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDAX); j++)
        {
            for(k=0; k<nz-1; k++)
            {

```



```

        aux = cab[i][j][k];

        mu = material[aux][MU];

        if (j>=TAM_BORDAX && j<ny+TAM_BORDAX &&
i>=TAM_BORDAY && i<nx+TAM_BORDAY &&
            k>=TAM_BORDAZ && k<nz+TAM_BORDAZ)
        {
            sigmx = material[aux][MAGSIGX];
            sigmz = material[aux][MAGSIGZ];
        }
        else
        {
            // IMPLEMENTA A BORDA BERENGER
            if (j<TAM_BORDAX)
                dist_bx = TAM_BORDAX-j;
            else if (j>=ny+TAM_BORDAX)
                dist_bx = j-TAM_BORDAX-ny;

            if (k<TAM_BORDAZ)
                dist_bz = TAM_BORDAZ-k;
            else if (k>=nz+TAM_BORDAZ)
                dist_bz = k-TAM_BORDAZ-nz;

            sigx =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAX),dist_bx);
            sigz =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAZ),dist_bz);

            sigmx = sigx*MU_0/EPS_0;
            sigmz = sigz*MU_0/EPS_0;
        }

        Dax = (UM - (sigmx*dt)/(DOIS*mu))/(UM +
(sigmx*dt)/(DOIS*mu));
        Dbx = (dt/mu) / (UM + (sigmx*dt)/(DOIS*mu));

        Daz = (UM - (sigmz*dt)/(DOIS*mu))/(UM +
(sigmz*dt)/(DOIS*mu));
        Dbz = (dt/mu) / (UM + (sigmz*dt)/(DOIS*mu));

        hy[i][j][k] = ((Dax+Daz)/DOIS)*hy[i][j][k] + (
Dbx*(ez[i+1][j][k]- ez[i][j][k])/dx
- Dbz*(ex[i][j][k+1] -
ex[i][j][k])/dz );

        if (*atingiu_borda == 0)
        {
            if (cab[i][j][k] == BORDAX || cab[i][j][k] == BORDAY
|| cab[i][j][k] == BORDAZ ||
                cab[i][j][k] == CANTO)

```

```
        {
            if (hy[i][j][k] != 0)
                *atingiu_borda = nro_iterac;
        }
    }

if (*degringolou == 0)
    if (hy[i][j][k] > 0 || cab[i][j][k] != EXCITACAO)
        *degringolou = nro_iterac;

if (cab[i][j][k] == TERRA)
{
    hx[i][j][k] = 0.0;
    hy[i][j][k] = 0.0;
    hz[i][j][k] = 0.0;
    ex[i][j][k] = 0.0;
    ey[i][j][k] = 0.0;
    ez[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOX)
{
    hy[i][j][k] = 0.0;
    hz[i][j][k] = 0.0;
    ey[i][j][k] = 0.0;
    ez[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOY)
{
    hx[i][j][k] = 0.0;
    hz[i][j][k] = 0.0;
    ex[i][j][k] = 0.0;
    ez[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOZ)
{
    hx[i][j][k] = 0.0;
    hy[i][j][k] = 0.0;
    ex[i][j][k] = 0.0;
    ey[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXZ)
{
    hy[i][j][k] = 0.0;
    ey[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXY)
{
    hz[i][j][k] = 0.0;
    ez[i][j][k] = 0.0;
}
else if (cab[i][j][k] == CAMPOSYZ)
```

```

        {
            hx[i][j][k] = 0.0;
            ex[i][j][k] = 0.0;
        }
    }
}

/*****
*
* FUNCAO: faz_calc_hz()
*
* RECEBE: Corte Inicial, Corte Final e Parametros Espaciais
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Calcula e Atualiza os Campos Hz para as Telas da Antena
* OBS:
*
*****/
void faz_calc_hz(double dy, double dx, double dt, double berenger_g, double sigma_zero,
                double nro_iterac, double *atingiu_borda, double
                *degringolou)
{
    int i,j,k,aux,dist_bx,dist_by;

    double mu,sigx,sigy,sigmx,sigmy,Dax,Day,Dbx,Dby;

// #ifdef _CRAYC
//     #pragma _CRI ivdep
//     #pragma _CRI concurrent
// #endif
    for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDERDAY-1); i++)
    {
        for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDERAX-1); j++)
        {
            for(k=0; k<nz; k++)
            {
                aux = cab[i][j][k];

                mu = material[aux][MU];

                if (j>=TAM_BORDERAX && j<ny+TAM_BORDERAX &&
                    i>=TAM_BORDERDAY && i<nx+TAM_BORDERDAY &&
                    k>=TAM_BORDERAZ && k<nz+TAM_BORDERAZ)
                {
                    sigmx = material[aux][MAGSIGX];
                    sigmy = material[aux][MAGSIGY];
                }
                else
                {
                    // IMPLEMENTA A BORDA BERENGER

```

```

if (j<TAM_BORDAX)
    dist_bx = TAM_BORDAX-j;
else if (j>=ny+TAM_BORDAX)
    dist_bx = j-TAM_BORDAX-ny;

if (i<TAM_BORDAY)
    dist_by = TAM_BORDAY-i;
else if (i>=nx+TAM_BORDAY)
    dist_by = i-TAM_BORDAY-nx;

    sigx =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAX),dist_bx);
    sigy =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAY),dist_by);

    sigmx = sigx*MU_0/EPS_0;
    sigmy = sigy*MU_0/EPS_0;
}

Dax = (UM - (sigmx*dt)/(DOIS*mu))/(UM +
(sigmx*dt)/(DOIS*mu));
Dbx = (dt/mu) / (UM + (sigmx*dt)/(DOIS*mu));

Day = (UM - (sigmy*dt)/(DOIS*mu))/(UM +
(sigmy*dt)/(DOIS*mu));
Dby = (dt/mu) / (UM + (sigmy*dt)/(DOIS*mu));

hz[i][j][k] = ((Dax+Day)/DOIS)*hz[i][j][k] + (
Dby*(ex[i][j+1][k]
- ex[i][j][k])/dy -
Dbx*(ey[i+1][j][k] - ey[i][j][k])/dx );

if (*atingiu_borda == 0)
{
    if (cab[i][j][k] == BORDAX || cab[i][j][k] == BORDAY
|| cab[i][j][k] == BORDAZ ||
        cab[i][j][k] == CANTO)
    {
        if (hz[i][j][k] != 0)
            *atingiu_borda = nro_iterac;
    }
}

if (*degringolou == 0)
    if (hz[i][j][k] > 0 || cab[i][j][k] != EXCITACAO)
        *degringolou = nro_iterac;

if (cab[i][j][k] == TERRA)
{
    hx[i][j][k] = 0.0;
    hy[i][j][k] = 0.0;
}

```

```

        hz[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOX)
    {
        hy[i][j][k] = 0.0;
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOY)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hy[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXZ)
    {
        hy[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXY)
    {
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSYZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
    }
}
}
}

/*****
*
* FUNCAO: faz_calc_ex()
*
* RECEBE: Corte Inicial, Corte Final e Parametros Espaciais

```

```

* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Calcula e Atualiza os Campos Ex para as Telas da Antena
* OBS:
*
*****/
void faz_calc_ex(double dy, double dz, double dt, double berenger_g, double sigma_zero,
                double nro_iterac, double *atingiu_borda, double
*degringolou)
{
    int i,j,k,aux,dist_by,dist_bz;

    double sigy,sigz,Cay,Caz,Cby,Cbz,eps;

// #ifdef _CRAYC
//     #pragma _CRI ivdep
//     #pragma _CRI concurrent
// #endif
    for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDAY); i++)
    {
        for(j=1; j<(ny+2*TAM_BORDAX); j++)
        {
            for(k=1; k<nz; k++)
            {
                aux = cab[i][j][k];

                eps = material[aux][EPS];

                if (j>=TAM_BORDAX && j<ny+TAM_BORDAX &&
i>=TAM_BORDAY && i<nx+TAM_BORDAY &&
                k>=TAM_BORDAZ && k<nz+TAM_BORDAZ)
                {
                    sigy = material[aux][SIGY];
                    sigz = material[aux][SIGZ];
                }
                else
                {
                    // IMPLEMENTA A BORDA BERENGER
                    if (i<TAM_BORDAY)
                        dist_by = TAM_BORDAY-i;
                    else if (i>=nx+TAM_BORDAY)
                        dist_by = i-TAM_BORDAY-nx;

                    if (k<TAM_BORDAZ)
                        dist_bz = TAM_BORDAZ-k;
                    else if (k>=nz+TAM_BORDAZ)
                        dist_bz = k-TAM_BORDAZ-nz;

                    sigy =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAY),dist_by);
                    sigz =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAZ),dist_bz);

```

```

    }

    Cay = (UM - (sigy*dt)/(DOIS*eps)) / (UM +
(sigy*dt)/(DOIS*eps));
    Cby = (dt/eps) / (UM + (sigy*dt)/(DOIS*eps));

    Caz = (UM - (sigz*dt)/(DOIS*eps)) / (UM +
(sigz*dt)/(DOIS*eps));
    Cbz = (dt/eps) / (UM + (sigz*dt)/(DOIS*eps));

    if (cab[i][j][k] == TERRA || cab[i][j][k] == CAMPOSXZ ||
cab[i][j][k] == TODCAMPOS)
    {
        Cay = -1;
        Caz = -1;
        Cby = 0;
        Cbz = 0;
    }

    ex[i][j][k] = ((Caz + Cay)/DOIS)*ex[i][j][k] + ( Cby*(hz[i][j][k]
- hz[i][j-1][k])/dy -
Cbz*(hy[i][j][k] - hy[i][j][k-1])/dz);

    if (*atingiu_borda == 0)
    {
        if (cab[i][j][k] == BORDAX || cab[i][j][k] == BORDAY
|| cab[i][j][k] == BORDAZ ||
        cab[i][j][k] == CANTO)
        {
            if (ex[i][j][k] != 0)
                *atingiu_borda = nro_iterac;
        }
    }

    if (*degringolou == 0)
        if (ex[i][j][k] > 0 || cab[i][j][k] != EXCITACAO)
            *degringolou = nro_iterac;

    if (cab[i][j][k] == TERRA)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hy[i][j][k] = 0.0;
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOX)
    {
        hy[i][j][k] = 0.0;
        hz[i][j][k] = 0.0;
    }

```

```

        ey[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOY)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hy[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXZ)
    {
        hy[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXY)
    {
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSYZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
    }
    }
}
}
}

/*****
*
* FUNCAO: faz_calc_ey()
*
* RECEBE: Corte Inicial, Corte Final e Parametros Espaciais
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Calcula e Atualiza os Campos Ey para as Telas da Antena
* OBS:
*
*****/
void faz_calc_ey(double dx, double dz, double dt, double berenger_g, double sigma_zero,
                double nro_iterac, double *atingiu_borda, double
*degringolou)
{

```



```

int i,j,k,aux,dist_bx,dist_bz;

double sigx,sigz,Cax,Caz,Cbx,Cbz,eps;

// #ifdef _CRAYC
// #pragma _CRI ivdep
// #pragma _CRI concurrent
// #endif
for(i=1; i<(nx+2*TAM_BORDAY); i++)
{
    for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDAX); j++)
    {
        for(k=1; k<nz; k++)
        {
            aux = cab[i][j][k];

            eps = material[aux][EPS];

            if (j>=TAM_BORDAX && j<ny+TAM_BORDAX &&
i>=TAM_BORDAY && i<nx+TAM_BORDAY &&
                k>=TAM_BORDAZ && k<nz+TAM_BORDAZ)
            {
                sigx = material[aux][SIGX];
                sigz = material[aux][SIGZ];
            }
            else
            {
                // IMPLEMENTA A BORDA BERENGER
                if (j<TAM_BORDAX)
                    dist_bx = TAM_BORDAX-j;
                else if (j>=ny+TAM_BORDAX)
                    dist_bx = j-TAM_BORDAX-ny;

                if (k<TAM_BORDAZ)
                    dist_bz = TAM_BORDAZ-k;
                else if (k>=nz+TAM_BORDAZ)
                    dist_bz = k-TAM_BORDAZ-nz;

                sigx =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAX),dist_bx);
                sigz =
sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAZ),dist_bz);
            }

            Cax = (UM - (sigx*dt)/(DOIS*eps)) / (UM +
(sigx*dt)/(DOIS*eps));
            Cbx = (dt/eps) / (UM + (sigx*dt)/(DOIS*eps));

            Caz = (UM - (sigz*dt)/(DOIS*eps)) / (UM +
(sigz*dt)/(DOIS*eps));
            Cbz = (dt/eps) / (UM + (sigz*dt)/(DOIS*eps));

```

```

        if (cab[i][j][k] == TERRA || cab[i][j][k] == CAMPOSXZ ||
cab[i][j][k] == TODCAMPPOS)
        {
            Cax = -1;
            Caz = -1;
            Cbx = 0;
            Cbz = 0;
        }

        ey[i][j][k] = ((Cax + Caz)/DOIS)*ey[i][j][k] + ( Cbz*(hx[i][j][k]
- hx[i][j][k-1])/dz -
Cbx*(hz[i][j][k] - hz[i-1][j][k])/dx);

        if (*atingiu_borda == 0)
        {
            if (cab[i][j][k] == BORDAX || cab[i][j][k] == BORDAY
|| cab[i][j][k] == BORDAZ ||
                cab[i][j][k] == CANTO)
            {
                if (ey[i][j][k] != 0)
                    *atingiu_borda = nro_iterac;
            }
        }

        if (*degringolou == 0)
            if (ey[i][j][k] > 0 || cab[i][j][k] != EXCITACAO)
                *degringolou = nro_iterac;

        if (cab[i][j][k] == TERRA)
        {
            hx[i][j][k] = 0.0;
            hy[i][j][k] = 0.0;
            hz[i][j][k] = 0.0;
            ex[i][j][k] = 0.0;
            ey[i][j][k] = 0.0;
            ez[i][j][k] = 0.0;
        }
        else if (cab[i][j][k] == CAMPOX)
        {
            hy[i][j][k] = 0.0;
            hz[i][j][k] = 0.0;
            ey[i][j][k] = 0.0;
            ez[i][j][k] = 0.0;
        }
        else if (cab[i][j][k] == CAMPOY)
        {
            hx[i][j][k] = 0.0;
            hz[i][j][k] = 0.0;
            ex[i][j][k] = 0.0;
            ez[i][j][k] = 0.0;
        }

```

```

    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hy[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXZ)
    {
        hy[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXY)
    {
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSYZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
    }
    }
}
}
}

/*****
*
* FUNCAO: faz_calc_ez()
*
* RECEBE: Corte Inicial, Corte Final e Parametros Espaciais
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Calcula e Atualiza os Campos Ez para as Telas da Antena
* OBS:
*
*****/
void faz_calc_ez(double dx, double dy, double dz, double dt, double *cpopele, double
*cpomusc,
                double *cposso, double *cpoolho, double *cpocereb,
double *cpoar,
                double berenger_g, double sigma_zero, double
nro_iterac, double *atingiu_borda,
                double *degringolou)
{
    int i,j,k,aux,dist_bx,dist_by;

    double sigx,sigy,Cax,Cay,Cbx,Cby,modulo_e,cl_sar,eps;

// #ifdef _CRAYC

```

```

//          #pragma _CRI ivdep
//          #pragma _CRI concurrent
//      #endif
//      for(i=1; i<(nx+2*TAM_BORDAY); i++)
//      {
//          for(j=1; j<(ny+2*TAM_BORDAX); j++)
//          {
//              for(k=0; k<nz; k++)
//              {
//                  aux = cab[i][j][k];
//
//                  eps = material[aux][EPS];
//
//                  if (j>=TAM_BORDAX && j<ny+TAM_BORDAX &&
//                      i>=TAM_BORDAY && i<nx+TAM_BORDAY &&
//                          k>=TAM_BORDAZ && k<nz+TAM_BORDAZ)
//                  {
//                      sigx = material[aux][SIGX];
//                      sigy = material[aux][SIGY];
//                  }
//                  else
//                  {
//                      // IMPLEMENTA A BORDA BERENGER
//                      if (j<TAM_BORDAX)
//                          dist_bx = TAM_BORDAX-j;
//                      else if (j>=ny+TAM_BORDAX)
//                          dist_bx = j-TAM_BORDAX-ny;
//
//                      if (i<TAM_BORDAY)
//                          dist_by = TAM_BORDAY-i;
//                      else if (i>=nx+TAM_BORDAY)
//                          dist_by = i-TAM_BORDAY-nx;
//
//                      sigx =
//                      sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAX),dist_bx);
//                      sigy =
//                      sigma_zero*pow(pow(berenger_g,1/TAM_BORDAY),dist_by);
//                  }
//
//                  Cax = (UM - (sigx*dt)/(DOIS*eps)) / (UM +
//                      (sigx*dt)/(DOIS*eps));
//                  Cbx = (dt/eps) / (UM + (sigx*dt)/(DOIS*eps));
//
//                  Cay = (UM - (sigy*dt)/(DOIS*eps)) / (UM +
//                      (sigy*dt)/(DOIS*eps));
//                  Cby = (dt/eps) / (UM + (sigy*dt)/(DOIS*eps));
//
//                  if (cab[i][j][k] == TERRA || cab[i][j][k] == CAMPOSXZ ||
//                      cab[i][j][k] == TODCAMPOS)
//                  {
//                      Cax = -1;
//                  }
//              }
//          }
//      }

```

```

        Cay = -1;
        Cbx = 0;
        Cby = 0;
    }

    ez[i][j][k] = ((Cax + Cay)/DOIS)*ez[i][j][k] + ( Cbx*(hy[i][j][k]
        - hy[i-1][j][k])/dx -
Cby*(hx[i][j][k] - hx[i][j-1][k])/dy);

    if (*atingiu_borda == 0)
    {
        if (cab[i][j][k] == BORDAX || cab[i][j][k] == BORDAY
|| cab[i][j][k] == BORDAZ ||
            cab[i][j][k] == CANTO)
        {
            if (ez[i][j][k] != 0)
                *atingiu_borda = nro_iterac;
        }
    }

    if (*degringolou == 0)
        if (ez[i][j][k] > 0 || cab[i][j][k] != EXCITACAO)
            *degringolou = nro_iterac;

    if (cab[i][j][k] == TERRA)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hy[i][j][k] = 0.0;
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOX)
    {
        hy[i][j][k] = 0.0;
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOY)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        hy[i][j][k] = 0.0;

```

```

        ex[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXZ)
    {
        hy[i][j][k] = 0.0;
        ey[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSXY)
    {
        hz[i][j][k] = 0.0;
        ez[i][j][k] = 0.0;
    }
    else if (cab[i][j][k] == CAMPOSYZ)
    {
        hx[i][j][k] = 0.0;
        ex[i][j][k] = 0.0;
    }
}

// material[aux][RO]*dx*dy*dz serve para corrigir um fator de
volume
// *1000 para termos mW/g ou W/Kg por V/m RMS
modulo_e = sqrt(ex[i][j][k]*ex[i][j][k] + ey[i][j][k]*ey[i][j][k] +
ez[i][j][k]*ez[i][j][k]);
cl_sar =
(material[aux][SIGX]/(2*material[aux][RO]*dx*dy*dz))*(modulo_e*modulo_e)*1000;
vsar[i][j][k] = vsar[i][j][k] + cl_sar;

if (cab[i][j][k] == PELE)
    *cpele += modulo_e;
else
if (cab[i][j][k] == MUSCULO)
    *cpomusc += modulo_e;
else if (cab[i][j][k] == OSSO)
    *cposso += modulo_e;
else if (cab[i][j][k] == OLHO)
    *cpoolho += modulo_e;
else if (cab[i][j][k] == CEREBRO)
    *cpocereb += modulo_e;
else if (cab[i][j][k] == AR)
    *cpoar += modulo_e;
    }
}
}

/*****
*
* FUNCAO: grava_tela_cab()
*

```

```

* RECEBE: Qual tela deve gravar
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Grava a tela de um Cab para DEBUG
* OBS:
*

```

```

/*****/

```

```

void grava_tela_cab(int k)
{
    FILE *fp;
    char mat[100];
    int i,j;

    sprintf(mat,"tela%d.txt",k);

    printf("Gravando tela da matriz CAB: %s\n",mat);
    fp=fopen(mat,"w+");

    for(i = 0 ; i < 2*TAM_BORDAX+ny ; i++)
    {
        for(j = 0 ; j < nx+2*TAM_BORDAY ; j++)
        {
            fprintf(fp,"%d ",cab[j][i][k]);
        }
        fprintf(fp,"\n");
    }
    fclose(fp);
}

```

```

/*****/

```

```

*
* FUNCAO: calcula_memoria_req()
*
* RECEBE: NULL
* RETORNA: Valor da memoria que devera ser armazenada
* FUNCAO: Calcula a memoria requerida para a simulacao
* OBS:
*

```

```

/*****/

```

```

/*****/

```

```

*
* FUNCAO: aloca_memoria()
*
* RECEBE: NULL
* RETORNA: Valor da memoria alocada
* FUNCAO: Alocar a memoria necessaria para a simulacao
* OBS:
*

```

```

/*****/

```

```

unsigned int aloca_memoria(void)
{

```

```

int i,j,k;
unsigned int bytesalocados = 0;

ex = (double ***)malloc((nx+2*TAM_BORDERDAY)*sizeof(double **));
if( ex == NULL )
    erro_alocacao();
for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDERDAY); i++)
    {
        ex[i] = (double **)malloc((ny+2*TAM_BORDERAX)*sizeof(double *));
        if( ex[i] == NULL )
            erro_alocacao();

        for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDERAX); j++)
            {
                ex[i][j] = (double *)malloc((nz)*sizeof(double));
                if( ex[i][j] == NULL )
                    erro_alocacao();

                for(k=0; k<(nz); k++)
                    {
                        ex[i][j][k] = 0.0;
                    }
            }
    }
bytesalocados += ( (nx+2*TAM_BORDERDAY)*(ny+2*TAM_BORDERAX)*(nz) *
sizeof(double));

ey = (double ***)malloc((nx+2*TAM_BORDERDAY)*sizeof(double **));
if( ey == NULL )
    erro_alocacao();

for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDERDAY); i++)
    {
        ey[i] = (double **)malloc((ny+2*TAM_BORDERAX)*sizeof(double *));
        if( ey[i] == NULL )
            erro_alocacao();

        for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDERAX); j++)
            {
                ey[i][j] = (double *)malloc((nz)*sizeof(double));
                if( ey[i][j] == NULL )
                    erro_alocacao();

                for(k=0; k<(nz); k++)
                    {
                        ey[i][j][k] = 0.0;
                    }
            }
    }
bytesalocados += ( (nx+2*TAM_BORDERDAY)*(ny+2*TAM_BORDERAX)*(nz) *
sizeof(double));

```



```

ez = (double ***)malloc((nx+2*TAM_BORDERDAY)*sizeof(double **));
if( ez == NULL )
    erro_alocacao();
for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDERDAY); i++)
    {
        ez[i] = (double **)malloc((ny+2*TAM_BORDERDAX)*sizeof(double *));
        if( ez[i] == NULL )
            erro_alocacao();
        for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDERDAX); j++)
            {
                ez[i][j] = (double *)malloc((nz)*sizeof(double));
                if( ez[i][j] == NULL )
                    erro_alocacao();

                for(k=0; k<(nz); k++)
                    {
                        ez[i][j][k] = 0.0;
                    }
            }
    }
bytesalocados += ( (nx+2*TAM_BORDERDAY)*(ny+2*TAM_BORDERDAX)*(nz) *
sizeof(double));

hx = (double ***)malloc((nx+2*TAM_BORDERDAY)*sizeof(double **));
if( hx == NULL )
    erro_alocacao();

for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDERDAY); i++)
    {
        hx[i] = (double **)malloc((ny+2*TAM_BORDERDAX)*sizeof(double *));
        if( hx[i] == NULL )
            erro_alocacao();

        for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDERDAX); j++)
            {
                hx[i][j] = (double *)malloc((nz)*sizeof(double));
                if( hx[i][j] == NULL )
                    erro_alocacao();

                for(k=0; k<(nz); k++)
                    {
                        hx[i][j][k] = 0.0;
                    }
            }
    }
bytesalocados += ( (nx+2*TAM_BORDERDAY)*(ny+2*TAM_BORDERDAX)*(nz) *
sizeof(double));

hy = (double ***)malloc((nx+2*TAM_BORDERDAY)*sizeof(double **));
if( hy == NULL )

```

```

    erro_alocacao();

for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDERDAY); i++)
{
    hy[i] = (double **)malloc((ny+2*TAM_BORDERDAX)*sizeof(double *));
    if( hy[i] == NULL )
        erro_alocacao();

    for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDERDAX); j++)
    {
        hy[i][j] = (double *)malloc((nz)*sizeof(double));
        if( hy[i][j] == NULL )
            erro_alocacao();

        for(k=0; k<(nz); k++)
        {
            hy[i][j][k] = 0.0;
        }
    }
}
bytesalocados += ( (nx+2*TAM_BORDERDAY)*(ny+2*TAM_BORDERDAX)*(nz) *
sizeof(double));

hz = (double ***)malloc((nx+2*TAM_BORDERDAY)*sizeof(double **));
if( hz == NULL )
    erro_alocacao();

for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDERDAY); i++)
{
    hz[i] = (double **)malloc((ny+2*TAM_BORDERDAX)*sizeof(double *));
    if( hz[i] == NULL )
        erro_alocacao();

    for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDERDAX); j++)
    {
        hz[i][j] = (double *)malloc((nz)*sizeof(double));
        if( hz[i][j] == NULL )
            erro_alocacao();

        for(k=0; k<(nz); k++)
        {
            hz[i][j][k] = 0.0;
        }
    }
}
bytesalocados += ( (nx+2*TAM_BORDERDAY)*(ny+2*TAM_BORDERDAX)*(nz) *
sizeof(double));

vsar = (double ***)malloc((nx+2*TAM_BORDERDAY)*sizeof(double **));
if( vsar == NULL )
    erro_alocacao();

```

```

    for(i=0; i<(nx+2*TAM_BORDERDAY); i++)
        {
            vsar[i] = (double **)malloc((ny+2*TAM_BORDERAX)*sizeof(double
*));
            if( vsar[i] == NULL )
                erro_alocacao();

            for(j=0; j<(ny+2*TAM_BORDERAX); j++)
                {
                    vsar[i][j] = (double *)malloc((nz)*sizeof(double));
                    if( vsar[i][j] == NULL )
                        erro_alocacao();

                    for(k=0; k<(nz); k++)
                        {
                            vsar[i][j][k] = 0.0;
                        }
                }
            bytesalocados += ( (nx+2*TAM_BORDERDAY)*(ny+2*TAM_BORDERAX)*(nz) *
sizeof(double));

            return bytesalocados;
        }

/*****
*
* FUNCAO: grava_sar_sag()
*
* RECEBE: NUMERO DO ARQUIVO, ITERACAO E NUMERO DO CORTE
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Gravar em .TXT a Imagem SAGITAL da Cabeça com a SAR
* OBS:
*
*****/
void grava_sar_sag(int n, int indgrav, int k, int nrointer)
{
    FILE *fp;
    char mat[100];
    int i,j,gravbrx,gravbry;
    double sar;

    gravbrx = 0;
    gravbry = 0;

    if (indgrav<10)
    {
        sprintf(mat,"sar_sag%d_00%d.txt",n,indgrav);
    }
    else if (indgrav<100)

```

```

    {
        sprintf(mat,"sar_sag%d_0%d.txt",n,indgrav);
    }
    else
    {
        sprintf(mat,"sar_sag%d_%d.txt",n,indgrav);
    }

    printf("Gravando SAR no arquivo %s para o corte Sagital k = %d \n",mat,k);

    if (GRAVA_BORDA)
    {
        gravbrx = TAM_BORDAX;
        gravbry = TAM_BORDAY;
    }

    fp=fopen(mat,"w+");

    if (MATHLAB)
        fprintf(fp,"[");

    for(j = TAM_BORDAX-gravbrx ; j < ny+TAM_BORDAX+gravbrx ; j++)
    {
        for(i = TAM_BORDAY-gravbry ; i < nx+TAM_BORDAY+gravbry ; i++)
        {
            sar = vsar[i][j][k]/nrointer;
            fprintf(fp,"%%.2e ",sar);
        }
        if (MATHLAB)
            fprintf(fp,";\n");
        else
            fprintf(fp,"\n");
    }
    if (MATHLAB)
        fprintf(fp,"]");
    fclose(fp);
}

/*****
*
* FUNCAO: grava_sar_fro()
*
* RECEBE: NRO ARQUIVO, ITERACAO, COLUNA E NRO DO CORTE INICIAL E
FINAL
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Gravar em .TXT a Imagem FRONTAL da Cabeça com a SAR
* OBS:
*
*****/
void grava_sar_fro(int n, int ctagrav, int nrointer, int i ,int kinic, int kfinal)
{

```

```

FILE *fp;
char mat[100];
int j,k,gravbrx;
double sar;

gravbrx = 0;

if (ctagrav<10)
{
    sprintf(mat,"sar_fro%d_00%d.txt",n,ctagrav);
}
else if (ctagrav<100)
{
    sprintf(mat,"sar_fro%d_0%d.txt",n,ctagrav);
}
else
{
    sprintf(mat,"sar_fro%d_%d.txt",n,ctagrav);
}

printf("Gravando SAR no arquivo %s para o corte Frontal i = %d \n",mat,i);

if (GRAVA_BORDA)
{
    gravbrx = TAM_BORDAX;
}

fp=fopen(mat,"w+");

if (MATHLAB)
    fprintf(fp,"[");

for(j = TAM_BORDAX-gravbrx ; j < ny+TAM_BORDAX+gravbrx ; j++)
{
    for(k = kinic ; k < kfinal ; k++)
    {
        sar = vsar[i][j][k]/nrointer;
        fprintf(fp,"%0.2e ",sar);
    }
    if (MATHLAB)
        fprintf(fp,";\n");
    else
        fprintf(fp,"\n");
}
if (MATHLAB)
    fprintf(fp,"]");
fclose(fp);
}

/*****
*
```

```

* FUNCAO: grava_sar_cor()
*
* RECEBE: NRO ARQUIVO, ITERACAO, LINHA E NRO DO CORTE INICIAL E
FINAL
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Gravar em .TXT a Imagem CORONAL da Cabeça com a SAR
* OBS:
*
*****/
void grava_sar_cor(int n, int ctagrav, int nrointer, int j ,int kinic, int kfinal)
{
    FILE *fp;
    char mat[100];
    int i,k,gravbry;
    double sar;

    gravbry = 0;

    if (ctagrav<10)
    {
        sprintf(mat,"sar_cor%d_00%d.txt",n,ctagrav);
    }
    else if (ctagrav<100)
    {
        sprintf(mat,"sar_cor%d_0%d.txt",n,ctagrav);
    }
    else
    {
        sprintf(mat,"sar_cor%d_%d.txt",n,ctagrav);
    }

    printf("Gravando SAR no arquivo %s para o corte Coronal j = %d \n",mat,j);

    if (GRAVA_BORDA)
    {
        gravbry = TAM_BORDAY;
    }

    fp=fopen(mat,"w+");

    if (MATHLAB)
        fprintf(fp,"[");

    for(i = TAM_BORDAY-gravbry ; i < nx+TAM_BORDAY+gravbry ; i++)
    {
        for(k = kinic ; k < kfinal ; k++)
        {
            sar = vsar[i][j][k]/nrointer;
            fprintf(fp,"%0.2e ",sar);
        }
        if (MATHLAB)

```

```

        fprintf(fp, "\n");
    else
        fprintf(fp, "\n");
    }
    if (MATHLAB)
        fprintf(fp, "];");
    fclose(fp);
}

/*****
*
* FUNCAO: grava_cpo_sag()
*
* RECEBE: NRO DO ARQUIVO, ITERACAO, NRO DO CORTE E SE E ANTENA OU
CAMPO
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Gravar em .TXT a Imagem SAGITAL da Cabeça com a SAR
* OBS:   qualq = 1 -> campo
*
*****/
void grava_cpo_sag(int n, int indgrav, int k, int qualg)
{
    FILE *fp;
    char mat[100];
    int i, j, gravbrx, gravbry;

    gravbrx = 0;
    gravbry = 0;

    if (indgrav < 10)
    {
        if (qualg)
            sprintf(mat, "s0%d00%d.txt", n, indgrav);
        else
        {
            if (n < 10)
                sprintf(mat, "s0%d00%d.txt.txt", n, indgrav);
            else
                sprintf(mat, "s%d00%d.txt.txt", n, indgrav);
        }
    }
    else if (indgrav < 100)
    {
        if (qualg)
            sprintf(mat, "cam_sag%d_0%d.txt", n, indgrav);
        else
        {
            if (n < 10)
                sprintf(mat, "s%d0%d.txt.txt", n, indgrav);
            else

```

```

    }
}
else
{
    if (qualg)
        sprintf(mat,"cam_sag%d_%d.txt",n,indgrav);
    else
        sprintf(mat,"ant_sag%d_%d.txt",n,indgrav);
}

if (qualg)
    printf("Gravando campo no arquivo %s para o corte Sagital k = %d \n",mat,k);
else
    printf("Gravando antenna no arquivo %s para o corte Sagital k = %d \n",mat,k);

if (GRAVA_BORDA)
{
    gravbrx = TAM_BORDAX;
    gravbry = TAM_BORDAY;
}

fp=fopen(mat,"w+");

if (MATHLAB)
    fprintf(fp,"[");

//    for(j = TAM_BORDAX-gravbrx ; j < ny+TAM_BORDAX+gravbrx ; j++) // original
so q de cab p/ baixo
    for(j = ny+TAM_BORDAX+gravbrx-1 ; j >= TAM_BORDAX-gravbrx ; j--)
    {
        for(i = TAM_BORDAY-gravbry ; i < nx+TAM_BORDAY+gravbry ; i++)
        {
            fprintf(fp,"%%.4e
",sqrt((ex[i][j][k]*ex[i][j][k])+(ey[i][j][k]*ey[i][j][k])+(ez[i][j][k]*ez[i][j][k])));
        }
        if (MATHLAB)
            fprintf(fp,";\n");
        else
            fprintf(fp,"\n");
    }
    if (MATHLAB)
        fprintf(fp,"]");
    fclose(fp);
}

/*****
*
* FUNCAO: grava_cpo_fro()
*
* RECEBE: NRO ARQUIVO, ITERACAO, COLUNA E NRO DO CORTE INICIAL,

```



```

*                               FINAL E SE E ANTENA OU CAMPO
*   RETORNA: NULL
*   FUNCAO: Gravar em .TXT a Imagem FRONTAL do Campo Eletromagnetico
*   OBS:
*
*****/
void grava_cpo_fro(int n, int ctagrav, int i ,int kinic, int kfinal, int qualg)
{
    FILE *fp;
    char mat[100];
    int j,k,gravbrx;

    gravbrx = 0;

    if (ctagrav<10)
    {
        if (qualg)
            sprintf(mat,"cam_fro%d_00%d.txt",n,ctagrav);
        else
            sprintf(mat,"ant_fro%d_00%d.txt",n,ctagrav);
    }
    else if (ctagrav<100)
    {
        if (qualg)
            sprintf(mat,"cam_fro%d_0%d.txt",n,ctagrav);
        else
            sprintf(mat,"ant_fro%d_0%d.txt",n,ctagrav);
    }
    else
    {
        if (qualg)
            sprintf(mat,"cam_fro%d_%d.txt",n,ctagrav);
        else
            sprintf(mat,"ant_fro%d_%d.txt",n,ctagrav);
    }

    if (qualg)
        printf("Gravando campo no arquivo %s para o corte Frontal i = %d \n",mat,i);
    else
        printf("Gravando antena no arquivo %s para o corte Frontal i = %d \n",mat,i);

    if (GRAVA_BORDA)
    {
        gravbrx = TAM_BORDAX;
    }

    fp=fopen(mat,"w+");

    if (MATHLAB)
        fprintf(fp,"[");

```

```

for(j = TAM_BORDAX-gravbrx ; j < ny+TAM_BORDAX+gravbrx ; j++)
{
    for(k = kinic ; k < kfinal ; k++)
    {
        fprintf(fp, "%.4e
",sqrt((ex[i][j][k]*ex[i][j][k])+(ey[i][j][k]*ey[i][j][k])+(ez[i][j][k]*ez[i][j][k])));
    }
    if (MATHLAB)
        fprintf(fp, ";");
    else
        fprintf(fp, "\n");
}
if (MATHLAB)
    fprintf(fp, "];");
fclose(fp);
}

/*****
*
* FUNCAO: grava_cpo_cor()
*
* RECEBE: NRO ARQUIVO, ITERACAO, LINHA, NRO DO CORTE INICIAL E
FINAL,
*
*           E SE E ANTENA OU CAMPO
*
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Gravar em .TXT a Imagem CORONAL do Campo Eletromagnetico
* OBS:
*
*****/
void grava_cpo_cor(int n, int ctagrav, int j ,int kinic, int kfinal, int qualg)
{
    FILE *fp;
    char mat[100];
    int i,k,gravbry;

    gravbry = 0;

    if (ctagrav<10)
    {
        if (qualg)
            sprintf(mat,"cam_cor%d_00%d.txt",n,ctagrav);
        else
            sprintf(mat,"ant_cor%d_00%d.txt",n,ctagrav);
    }
    else if (ctagrav<100)
    {
        if (qualg)
            sprintf(mat,"cam_cor%d_0%d.txt",n,ctagrav);
        else
            sprintf(mat,"ant_cor%d_0%d.txt",n,ctagrav);
    }
}

```

```

else
{
    if (qualg)
        sprintf(mat,"cam_cor%d_%d.txt",n,ctagrav);
    else
        sprintf(mat,"ant_cor%d_%d.txt",n,ctagrav);
}

if (qualg)
    printf("Gravando campo no arquivo %s para o corte Coronal j = %d \n",mat,j);
else
    printf("Gravando antena no arquivo %s para o corte Coronal j = %d \n",mat,j);

if (GRAVA_BORDA)
{
    gravbry = TAM_BORDAY;
}

fp=fopen(mat,"w+");

if (MATHLAB)
    fprintf(fp,"[");

for(i = TAM_BORDAY-gravbry ; i < nx+TAM_BORDAY+gravbry ; i++)
{
    for(k = kinic ; k < kfinal ; k++)
    {
        fprintf(fp,"%0.4e
",sqrt((ex[i][j][k]*ex[i][j][k])+(ey[i][j][k]*ey[i][j][k])+(ez[i][j][k]*ez[i][j][k])));
    }
    if (MATHLAB)
        fprintf(fp,";\n");
    else
        fprintf(fp,"\n");
}
if (MATHLAB)
    fprintf(fp,"]");
fclose(fp);
}

/*****
*
* FUNCAO: aloca_memoria()
*
* FUNCAO: Emitir sinal de erro
*
*****/
void signal_handler_fpu(int *p)
{
    printf("Erro fpe!\n");
}

```

```

        exit(1);
    }

/*****
*
* FUNCAO: signal_handler_sigsev()
*
* FUNCAO: Emitir sinal de erro
*
*****/
void signal_handler_sigsev(int *p)
{
    printf("Erro sigsev!!\n");
    exit(1);
}

/*****
*
* FUNCAO: erro_alocacao()
*
* FUNCAO: Emitir sinal de erro
*
*****/
void erro_alocacao(void)
{
    printf("Erro Alocando Matrizes!! - Provavelmente Falta de Memoria.\n");
    exit(1);
}

/*****
*
* FUNCAO: grava_rel_sar()
*
* RECEBE: Hora Inicial, Variaveis espaciais & Temporais
* RETORNA: NULL
* FUNCAO: Gravar em .txt um relatorio da simulacao
* OBS:
*
*****/
void grava_rel_sar(double dx, double dy, double dz, double dt, double cpopele, double
cpomusc,
                                double cpoosso, double cpoolho, double
cpocereb, double cpoar,
                                int bytesalocados, double nro_cel_borda, double
log_g,
                                double berenger_g, double sigma_zero, int nmax,
double atingiu_borda,
                                double degringolou, int m_int_pto1, int
m_int_pto2, double m_val_pto1,
                                double m_val_pto2)
{

```

```

FILE *fp;
char mat[100];
double diff_time,vel_onda_c;

time_t horat,hora2;

vel_onda_c=0.0;

sprintf(mat,"relatsar.txt");

printf("Gravando Relatorio da Simulacao:\n");
fp=fopen(mat,"w+");

hora2 = time(NULL);
time(&horat);

diff_time = difftime(hora2,horacom);

fprintf(fp,"***** \n");
printf(fp,"UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL (UFRGS)
\n");
fprintf(fp," DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS (DEMIN) \n");
printf(fp,"LABORATORIO DE MODELAGEM GEOL. E AMBIENTAL(LAMGA)
\n");
fprintf(fp," SIMULADOR FDTD VERSAO %s - UFRGS - 2002 \n",VERSAO);
printf(fp,"***** \n\n");

fprintf(fp,"RELATORIO DA SIMULACAO: \n\n");
fprintf(fp,"INICIO DA SIMULACAO.....: %s",ctime(&horaini));
fprintf(fp,"DATA E HORA FINAL.....: %s",ctime(&horat));
printf(fp,"TEMPO TOTAL DA SIMULACAO...: %lg seg ou %lg min ou %lg h\n"
,diff_time,diff_time/60,diff_time/3600);
printf(fp,"MEDIA DE.....: %lg seg/int ou %lg min/int ou %lg h/int\n"
,diff_time/NUM_MAX_ITERACAO,(diff_time/60)/NUM_MAX_ITERACAO,
(diff_time/3600)/NUM_MAX_ITERACAO);
fprintf(fp,"MEMORIA REQUERIDA.....: %lg
MBytes\n\n",(bytesalocados/1000000.0)+100);

if (QUAL_MATERIAL)
    fprintf(fp,"\nMATERIAL DE ESTUDO.....: CABECA\n\n");
else
    fprintf(fp,"\nMATERIAL DE ESTUDO.....: AR\n\n");

fprintf(fp,"NUMERO TOTAL DE ITERACOES...: %d iteracoes ou %lg
segundo(s)\n",NUM_MAX_ITERACAO,NUM_MAX_ITERACAO*dt);
if (QUAL_MATERIAL)
    fprintf(fp,"CORTES DO MATERIAL ESTUDADO: %d pixel(s) ou %lg
m\n",TAM_DA_CAB,TAM_DA_CAB*dx);
fprintf(fp,"ARESTA DO CUBO (dx=dy=dz)..: %lg m\n",dx);
printf(fp,"LINHAS.....: %d pixel(s) ou %lg m\n",ny,ny*dx);

```

```

    fprintf(fp,"COLUNAS.....: %d pixel(s) ou %lg m\n",nx,nx*dx);
    fprintf(fp,"TAMANHO DA BORDA.....: %d pixel(s) ou %lg
m\n",TAM_BORDAZ,TAM_BORDAZ*dx);
    fprintf(fp,"VOLUME DO CUBO.....: %lg m^3\n",dx*dy*dz);
    fprintf(fp,"DIFERENCIAL DO TEMPO (dt)..: %lg s\n",dt);

    fprintf(fp,"\nDADOS DE CONVERGENCIA:\n\n");

    if (degringolou == 0)
        fprintf(fp,"HOUE CAMPO MAIOR QUE ZERO.: NAO\n");
    else
    {
        fprintf(fp,"CAMPO SAI DA CONVERGENCIA.: %lg
ITERACOES\n",degringolou);
        fprintf(fp,"TEMPO PARA SAIR DA CONVERG.: %lg s\n",degringolou*dt);
        fprintf(fp,"DISTANCIA PERCORRIDA.....: %lg m ou %lg comprimento(s)
de onda\n"
                ,LIGHT_SPEED*dt*degringolou
                ,((LIGHT_SPEED*dt*degringolou)/(LIGHT_SPEED/FREQUENCIA)));
    }

    if (atingiu_borda == 0)
        fprintf(fp,"CAMPO ATINGE A BORDA.....: NAO\n\n");
    else
    {
        fprintf(fp,"CAMPO ATINGE A BORDA EM.....: %lg
ITERACOES\n",atingiu_borda);
        fprintf(fp,"TEMPO PARA ATINGIR A BORDA.: %lg s\n",atingiu_borda*dt);
        fprintf(fp,"DISTANCIA PERCORRIDA.....: %lg m ou %lg comprimento(s)
de onda\n\n"
                ,LIGHT_SPEED*dt*atingiu_borda
                ,((LIGHT_SPEED*dt*atingiu_borda)/(LIGHT_SPEED/FREQUENCIA)));
    }

    fprintf(fp,"\nDADOS DA ANTENA:\n\n");

    fprintf(fp,"ANTENA UTILIZADA.....: %s\n",TIPODANTENA);
    fprintf(fp,"FREQUENCIA.....: %lg Hz\n",FREQUENCIA);
    fprintf(fp,"COMPRIMENTO DE ONDA.....: %lg
m\n",LIGHT_SPEED/FREQUENCIA);
    fprintf(fp,"DISTANCIA PERCORRIDA.....: %lg m ou %lg comprimento(s) de
onda\n"
            ,LIGHT_SPEED*dt*NUM_MAX_ITERACAO
            ,((LIGHT_SPEED*dt*NUM_MAX_ITERACAO)/(LIGHT_SPEED/FREQUENCIA)));
    fprintf(fp,"CORTES DE ANTENA .....: %d corte(s) ou %lg m
\n",TAM_ANTENA,(double)TAM_ANTENA*dx);
    fprintf(fp,"DISTANCIA (ANTENA/MATERIAL): %d corte(s) ou %lg m
\n",TAM_AR2,(double)TAM_AR2*dx);

```

```

fprintf(fp, "\nDADOS DA BORDA:\n\n");

fprintf(fp, "TAMANHO MINIMO PARA A BORDA: %lg\n", nro_cel_borda);
fprintf(fp, "LARGURA MAXIMA DO DOMINIO.: %d\n", nmax);
fprintf(fp, "G.....: %lg\n", berenger_g);
fprintf(fp, "LOGARITMO DE G.....: %lg\n", log_g);
fprintf(fp, "SIGMA ZERO.....: %lg\n\n", sigma_zero);

if (MEDE_VELOC || m_int_pto1 !=0 )
{
    fprintf(fp, "\nVELOCIDADE DA ONDA:\n\n");

    fprintf(fp, "VALOR MAX DO PONTO 1.....: %lg\n", m_val_pto1);
    fprintf(fp, "OCORRIDO NA ITERACAO.....: %d\n", m_int_pto1);
    fprintf(fp, "VALOR MAX DO PONTO 2.....: %lg\n", m_val_pto2);
    fprintf(fp, "OCORRIDO NA ITERACAO.....: %d\n", m_int_pto2);
    fprintf(fp, "DISTANCIA ENTRE OS PONTOS: %d\n", DELTA_DIST);
    fprintf(fp, "VARIACAO DE ITERACOES....: %d\n", m_int_pto2-m_int_pto1);
    vel_onda_c=((DELTA_DIST*dx)/(m_int_pto2-m_int_pto1)*dt);
    fprintf(fp, "VELOCIDADE DA ONDA.....: %lg\n", vel_onda_c);
    fprintf(fp, "VELOCIDADE DA LUZ.....: %lg\n", LIGHT_SPEED);
    fprintf(fp, "PERCENTUAL DE ERRO.....:
%lg%\n", ((vel_onda_c*100)/LIGHT_SPEED));
    vel_onda_c=((DELTA_DIST*dx)/(m_int_pto2-m_int_pto1-1)*dt);
    fprintf(fp, "PERCENTUAL DE ERRO (-1)..:
%lg%\n", ((vel_onda_c*100)/LIGHT_SPEED));
    vel_onda_c=((DELTA_DIST*dx)/(m_int_pto2-m_int_pto1+1)*dt);
    fprintf(fp, "PERCENTUAL DE ERRO (+1)..:
%lg%\n\n", ((vel_onda_c*100)/LIGHT_SPEED));
}

fprintf(fp, "\nCAMPO TOTAL NOS TECIDOS:\n\n");

fprintf(fp, "BASALTO.....: %.4e\n", cpopole);
fprintf(fp, "ARENITO.....: %.4e\n", cpomusc);
fprintf(fp, "BASALTO.....: %.4e\n", cpoosso);
fprintf(fp, "AR.....: %.4e\n", cpoar);
fprintf(fp, "TOTAL.....:
%.4e\n\n", cpopole+cpomusc+cpoosso+cpoolho+cpocereb+cpoar);

if (QUAL_MATERIAL)
{
    fprintf(fp, "SAR TOTAL NOS TECIDOS: \n\n");

    fprintf(fp, "BASALTO.....:\n");
    fprintf(fp, "ARENITO.....:\n");
    fprintf(fp, "BASALTO.....:\n");
    fprintf(fp, "TOTAL.....:\n");
}

```

```
fprintf(fp, "\nHISTORICO DE GRAVACAO E CALCULOS:\n\n");

if (MEDE_VELOC)
    fprintf(fp, "CALCULOU A VELOCIDADE DA ONDA\n");

if (GRAVA_FRAME_E)
    fprintf(fp, "MÓDULO DO CAMPO ELETROMAGNETICO\n");

if (GRAVA_ANTENA)
    fprintf(fp, "MODULO DO CAMPO ELETROMAGNETICO NA
ANTENA\n");

if (GRAVA_FRO)
    fprintf(fp, "GRAVOU OS CORTES FRONTAIS\n");

if (GRAVA_PTO)
    fprintf(fp, "GRAVOU O CAMPO DE UM DETERMINADO PONTO\n");

if (GRAVA_COR)
    fprintf(fp, "GRAVOU OS CORTES CORONAIS\n");

if (GRAVA_FRAME_E || GRAVA_ANTENA)
{
    fprintf(fp, "GRAVADO A CADA %d ITERACOES\n", INTERVALO);

    if (MATHLAB)
        fprintf(fp, "**TODOS NO FORMATO MATHLAB\n");
    else
        fprintf(fp, "**TODOS NO FORMATO LEBIT\n");

    if (GRAVA_BORDA)
        fprintf(fp, "***TODOS COM A BORDA NA FIGURA\n");
    else
        fprintf(fp, "***TODOS SEM A BORDA NA FIGURA\n");
}
fclose(fp);
}
```